



Universidad Técnica De Manabí
Facultad de Ciencias Matemáticas, Físicas y Químicas
Carrera de Ingeniería Civil

“Estudio para la modelación numérica de vigas principales de hormigón armado atravesadas por vigas secundarias metálicas mediante programas de elementos finitos”

Trabajo de Titulación
Previo a la obtención del título de:
Ingeniero Civil

Autor:

Rodrigo Javier Noguera Mendoza

Tutor:

Ing. Yordy I. Mieles Bravo Mg. Sc.

Portoviejo, 2016

Dedicatoria

A mi amada madre principalmente, quien ha hecho todo lo que ha podido para verme convertido en un profesional, y que hasta el día de hoy me sigue educando con sus consejos los cuales han sido y serán siempre bienvenidos.

A mis compañeros de clases con quienes compartí semestre a semestre gratos momentos, ya sea estudiando o disfrutando de momentos de ocio.

A mis familiares más allegados, quienes jamás me negaron el calor de un hogar.

Y a mi amada novia, Gabriela, quien jamás dudó en apoyarme moralmente en mis malos momentos.

RODRIGO JAVIER NOGUERA MENDOZA

Agradecimiento

Al culminar el presente trabajo de titulación, quiero expresar mi más sincero agradecimientos a la Universidad Técnica de Manabí, en especialmente a su Escuela de Ingeniería Civil y su muy notable cuerpo de Docentes que han aportado en mi formación como profesional.

Le agradezco de manera muy especial al Ing. Yordy Mieles Bravo, mi tutor del presente trabajo, por su apoyo, conocimientos e instrucciones impartidas, las cuales fueron fundamentales para la realización de esta investigación.

De la misma manera al Ing. Stalin Alcívar Moreira, al Ing. Carlos Centeno Mero y a los demás docentes de la Facultad de Ciencias Matemáticas, Físicas y Químicas que ayudaron con el desarrollo del presente trabajo.

Por último, a todas aquellas personas que de una u otra manera colaboraron para la elaboración de esta investigación.

EL AUTOR

Certificación del tutor del trabajo de titulación

Certificación

Quien suscribe la presente señor Ing. Yordy Ivonne Mieles Bravo, docente de la Universidad Técnica de Manabí, de la Facultad de Ciencias Matemáticas Físicas y Química; en mi calidad de Tutor del trabajo de titulación "ESTUDIO PARA LA MODELACIÓN NUMÉRICA DE VIGAS PRINCIPALES DE HORMIGÓN ARMADO ATRAVESADAS POR VIGAS SECUNDARIAS METÁLICAS MEDIANTE PROGRAMAS DE ELEMENTOS FINITOS" desarrollada por el profesionalista: Señor Rodrigo Javier Noguera Mendoza en este contexto, tengo a bien extender la presente certificación en base a lo determinado en el Art. 8 del reglamento de titulación en vigencia, habiendo cumplido con los siguientes procesos:

- Se verificó que el trabajo desarrollado por el profesionalista cumple con el diseño metodológico y rigor científico según la modalidad de titulación aprobada.
- Se asesoró oportunamente al estudiante en el desarrollo del trabajo de titulación.
- Presentó el informe del avance del trabajo de titulación a la Comisión de Titulación Especial de la Facultad.
- Se confirmó la originalidad del trabajo de titulación.
- Se entregó al revisor una certificación de haber concluido el trabajo de titulación.

Cabe mencionar que durante el desarrollo del trabajo de titulación el profesionalista puso mucho interés en el desarrollo de cada una de las actividades de acuerdo al cronograma trazado. Particular que certifico para los fines pertinentes

Ing. Yordy I. Mieles Bravo Mg. Sc.

TUTOR

Certificación del revisor del trabajo de titulación

Certificación

Luego de haber realizado el trabajo de titulación, en la modalidad de investigación y que lleva por tema: "ESTUDIO PARA LA MODELACIÓN NUMÉRICA DE VIGAS PRINCIPALES DE HORMIGÓN ARMADO ATRAVESADAS POR VIGAS SECUNDARIAS METÁLICAS MEDIANTE PROGRAMAS DE ELEMENTOS FINITOS" desarrollado por el señor Rodrigo Javier Noguera Mendoza con cédula No. 130954480-5, previo a la obtención del título de INGENIERO CIVIL, bajo la tutoría y control del señor Ing. Yordy Ivonne Mieles Bravo, docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas, Físicas y Químicas y cumpliendo con todos los requisitos del nuevo reglamento de la Unidad de Titulación Especial de la Universidad Técnica de Manabí, aprobada por el H. Consejo Universitario, cumpla con informar que en la ejecución del mencionado trabajo de titulación, su autor:

- Ha respetado los derechos de autor correspondiente a tener menos del 10 % de similitud con otros documentos existentes en el repositorio
- Ha aplicado correctamente el manual de estilo de la Universidad Andina Simón Bolívar de Ecuador.
- Las conclusiones guardan estrecha relación con los objetivos planteados.
- El trabajo posee suficiente argumentación técnica científica, evidencia en el contenido bibliográfico consultado.
- Mantiene rigor científico en las diferentes etapas de su desarrollo.
- Sin más que informar suscribo este documento NO VINCULANTE para los fines legales pertinentes.

Ing. William S. Alcívar Moreira Mg.

REVISOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Declaración de derecho de autor

Quien firma la presente, profesionista; RODRIGO JAVIER NOGUERA MENDOZA, en calidad de autor del trabajo de titulación realizado sobre “ESTUDIO PARA LA MODELACIÓN NUMÉRICA DE VIGAS PRINCIPALES DE HORMIGÓN ARMADO ATRAVESADAS POR VIGAS SECUNDARIAS METÁLICAS MEDIANTE PROGRAMAS DE ELEMENTOS FINITOS”, por la presente autorizo a la UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ, hacer uso de todos los contenidos que me pertenecen o de parte de los que contienen este proyecto, con fines estrictamente académicos o de investigación. Los derechos que como autor me corresponden, con excepción de la presente autorización, seguirán vigentes a nuestro favor, de conformidad con lo establecido en los artículos 5, 6 ,8 ,19 y demás pertinentes de la Ley de Propiedad Intelectual y su Reglamento. Así mismo las conclusiones y recomendaciones constantes en este texto, son criterios netamente personales y asumimos con responsabilidad la descripción de las mismas.

RODRIGO JAVIER NOGUERA MENDOZA

AUTOR

ÍNDICE

Capítulo I.....	2
1.1 Planteamiento del problema.....	2
1.2 Antecedentes	3
1.3 Justificación.....	4
1.4 Marco teórico	5
1.4.1 Flexión en vigas	5
1.4.2 Tensión diagonal en vigas	8
1.4.3 Modelos constitutivos de materiales	11
1.4.4 Comportamiento del acero	17
1.4.5 Leyes esfuerzo – deformación del refuerzo que se analiza.....	17
1.4.6 Análisis de nudos híbridos en vigas de hormigón armado.....	18
1.4.7 Tensión de Von Mises.....	23
Capítulo II.....	26
2.1 Visualización del alcance del estudio	26
2.1.1 Aporte Social.....	26
2.1.2 Aporte Económico	26
2.1.3 Aporte Científico.....	26
2.2 Hipótesis.....	26
2.3 Definición de variables	27
2.3.1 Variable independiente: Softwares para modelar estructuras	27
2.3.2 Variable dependiente: Normas para la construcción de estructuras de hormigón armado y estructuras metálicas	28
2.4 Objetivos	29
2.4.1 Objetivo General	29
2.4.2 Objetivos Específicos.....	29
2.5 Desarrollo del diseño de la investigación.....	29

2.5.1 Esquema general	29
2.5.2 Software utilizado	30
2.5.3 Modelación de viga de hormigón armado en Abaqus.....	30
2.5.4 Partes del modelo	33
2.5.5 Pasos de análisis	37
2.5.6 Interacciones entre las superficies de contacto	37
2.5.7 Ubicación de nudos híbridos	39
2.5.8 Creación de superficies de contacto	40
2.5.9 Análisis de resultados.....	41
Capítulo III	46
3.1 Recolección de la información	46
3.2 Verificación de los objetivos.....	46
Capitulo IV	49
4.1 Conclusiones	49
4.2 Recomendaciones.....	50
Capítulo V.....	51
5.1 Presupuesto	51
5.2 Cronograma de actividades	51
Bibliografía	52

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Vigas de acero simplemente apoyadas sobre vigas de hormigón armado.....	2
Figura 2: Vigas híbridas. (Vigas de hormigón armado atravesadas por vigas de acero)	4
Figura 3: Publicidad sobre la construcción de losas Steel deck	5
Figura 4: Viga sometida a flexión	6
Figura 5: Gráfico de una viga con armadura de tracción (Romo, 2006).....	7
Figura 6: Viga con fallo por tensión diagonal. (Tena & Hernández, 2009).....	8
Figura 7: Representación de estribos soportando la tensión diagonal	10
Figura 8: Diagrama de deformaciones unitarias, diagrama de esfuerzos de compresión en el concreto y rectángulo equivalente de Whitney. (Romo Proaño, 2006)	11
Figura 9: Modelos adaptados para el hormigón no confinado	12
Figura 10: Elementos de hormigón armado que han fallado frágilmente	14
Figura 11: Modelos para hormigón confinado	15
Figura 12: Modelo elastoplástico perfecto del acero	17
Figura 13: Ley constitutiva para el acero	18
Figura 14: Nudos híbridos (hormigón-acero). (Mieles & Castañeda, 2016)	19
Figura 15: Fuerzas por flexión de viga de hormigón. (Mieles & Castañeda, 2016).....	21
Figura 16: Fuerzas que introduce la viga de acero al nudo. (Mieles & Castañeda, 2016)..	22
Figura 17: Representación gráfica de la máxima energía de distorsión.....	25
Figura 18: Viga sin nudo híbrido	31
Figura 19: Viga con nudo híbrido	32
Figura 20: Coordenadas de ubicación de viga secundaria metálica.....	32
Figura 21: Familias usadas en el modelo	34
Figura 22: Convención de nombres en Abaqus	34
Figura 23: Bloque de hormigón	35
Figura 24: Crear la restricción.....	38
Figura 25: Diagrama cortante de una viga empotrada en sus dos apoyos	38
Figura 26: Representación gráfica de la problemática de estudio.....	39
Figura 27: Representación de la ubicación de los nudos	40
Figura 28: Viga de acero con superficie creada en una de sus particiones	41
Figura 29: Estado de tensiones (GPa)	43
Figura 30: Zonas recomendables para ubicar un nudo en una viga empotrada	44
Figura 31: Deformaciones máximas	44

Figura 32: Estado de tensiones en el hormigón en viga sin nudo	45
Figura 33: Representación de esfuerzos en las varillas de acero	45
Figura 34: Norma ACI 318 11 para ubicación de ductos o embebidos. (ACI-318S-11, 2011)	49

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características de la viga de acero	32
Tabla 2: Unidades consistentes	33
Tabla 3: Desplazamiento del centro de la luz	42

Resumen

Este trabajo nace debido a la necesidad de entender cómo actúan las vigas de hormigón armado al ser atravesadas en un punto intermedio de la luz con viguetas de acero en sentido horizontal y perpendicular a la viga de hormigón armado, formando nudos que al ser de distintos materiales se denominan **conexiones mixtas o nudos híbridos**, metodología constructiva que actualmente se aplica en varias construcciones y que son promocionadas en publicidades por empresas que proveen losas mixtas colaborantes o *Steel deck*. En la bibliografía revisada no hay precedentes del diseño de este tipo de nudo, por lo que se torna necesario empezar con investigaciones que contribuyan a armar el conjunto total de su comportamiento.

El objetivo general del presente trabajo, radica en modelar mediante un programa de elementos finitos la problemática descrita anteriormente para así poder demostrar si éste método de construcción podría o no ocasionar algún tipo de problema. Los objetivos específicos sirven de guía para llegar a saber de qué manera resulta más eficiente resolver esta problemática. Se verá que software es el más idóneo para realizar la modelación; se sabrá como modelar cada elemento que conforma el nudo híbrido y ensamblarlos; se verá mediante gráficos de esfuerzos de la viga los lugares en los que se podrían colocar estos nudos sin que existan problemas; y por último se recomendará que secciones transversales y longitudinales serían las más óptimas para ubicar estos nudos en las construcción de vigas.

Se pretende alcanzar con éste trabajo de investigación, terminar con el desconocimiento del comportamiento de este tipo de estructuras, que si bien se construyen, es muy pobre lo que se sabe sobre éste tema.

Los constructores al momento de plasmar en obra las losas mixtas colaborantes, utilizan por lo general dos métodos según el criterio de cada diseñador. Uno de ellos es ubicar las vigas de acero encima de las vigas de hormigón armado, lo que no genera un empotramiento en todos los puntos, sino más bien en lugares específicos inducidos. El otro caso consiste en atravesar con vigas de acero las vigas de hormigón armado, lo cual si produce empotramientos en todos los lugares en donde estos dos elementos se vean juntos. Estos dos métodos son tratados en el presente trabajo de titulación con el ánimo de dar a conocer si no producen problema alguno. Tanto el uno con el otro tienen su respectivo modelado y posteriores resultados.

En el primer caso las cargas que se aplican a la losa, se distribuyen hacia la viga de hormigón armado actuando como cargas puntuales y sin atentar contra la integridad de dicha viga. En el segundo caso, las vigas de acero forman un nudo rígido y dependiendo de su ubicación estas

podrían o no ocasionar daños a lo largo de la viga de hormigón armado. Se concluye que para éste último caso es recomendable que la colocación de las vigas de acero sea en los lugares en donde es permitido crear agujeros en las vigas de hormigón armado, según lo sugiere la norma ACI 318-11, lo cual se detalla conforme avanza la investigación.

Summary

This work is born because of the need to understand how to operate the reinforced concrete beams to be crossed at an intermediate point of light with steel beams horizontally and perpendicular to the beam concrete sense, forming knots being of different materials connections are called **mixed or hybrid knots**, constructive methodology currently applied in several buildings and are promoted in advertisements for companies that provide composite slabs or collaborating *Steel deck*. In the literature reviewed there are no precedents design of this type of knot, so it becomes necessary to start with research to help arm the total set of their behavior.

The overall objective of this work lies in modeling using a finite element program the problems described above in order to prove whether this method of construction may or may not cause some sort of problem. The specific objectives are a guide to get to know how it is more efficient to solve this problem. It will be seen that software is best suited for modeling; You will know how to model each element that makes up the hybrid and assemble knot; It will be seen by graphs efforts beam places where these nodes could be placed without any problems; and finally it will be recommended that transverse and longitudinal sections would be most optimal to locate these knots on the beam construction.

It aims to achieve with this research, end the ignorance of the behavior of such structures, which are built but is very poor what is known about this issue.

Builders when work depicts the collaborating slabs, generally use two methods at the discretion of each designer. One is to locate the steel girders above the reinforced concrete beams, which does not generate an embedment at all points but rather induced at specific locations. The other case involves crossing steel beams reinforced concrete beams, which if produced embedment in all places where these two elements are seen together. These two methods are discussed in this work degree with the intention to disclose if any problems occur. Both with each other and have their respective subsequent modeling results.

In the first case the loads applied to the slab, are distributed to the reinforced concrete beam acting as point charges and without adversely affecting the integrity of the beam. In the second case, the steel beams forming a rigid and depending on their location knot these may or may not cause damage along the reinforced concrete beam. It is concluded that for the latter case it is advisable that the placement of the steel beams is in places where it is possible to create holes in reinforced concrete beams, as suggested by ACI 318-11 standard, which is detailed as advance the investigation.

Tema

Estudio para la modelación numérica de vigas principales de hormigón armado atravesadas por vigas secundarias metálicas mediante programas de elementos finitos.

Capítulo I

1.1 Planteamiento del problema

En los últimos años se ha venido dando la construcción de losas “Steel deck” o losa compuestas, las cuales consisten en la utilización de láminas de acero y una delgada capa de hormigón armado de entre 5 y 10 cm. Dicha lámina de acero además de brindar sus propiedades constructivas, también sirve como encofrado, ya que es lo suficientemente resistente para soportar la carga del hormigón armado. Estudios efectuados demuestran la reducción apreciable en los costos de construcción de viviendas y edificios de hasta 20%. (Placencia, Gallegos et al. 2014)

Generalmente las losas colaborantes se construyen en un emparrillado de vigas de hormigón y vigas de acero como las mostradas en la figura 1.



Figura 1
Vigas de acero simplemente apoyadas sobre vigas de hormigón armado.

Las vigas secundarias metálicas pueden ir apoyadas o empotradas a las vigas principales de hormigón armado. En caso que atraviesen a la viga de hormigón forman un nudo que por su forma constructiva puede ser articulado o empotrado y además al ser de diferentes materiales

un **nudo mixto o nudo híbrido** en el intermedio de la luz de la viga de acero. En la literatura técnica revisada no hay un modelo claro que identifique el comportamiento de este tipo de nudos, por lo que se propone encontrar una primera aproximación a sus características por medio de la modelación en programas de elementos finitos, cumpliendo las normas requeridas por el Código Ecuatoriano de la construcción, lo que debe ser después demostrado con pruebas experimentales.

1.2 Antecedentes

La construcción de sistemas mixtos no es reciente y nace al tratar de aprovechar los mejor de las características de cada material. La combinación de hormigón y madera, hormigón con acero, hormigón con mampostería entre otros tiene muchos años. El sistema constructivo conocido como Steel deck o losa colaborante se introdujo hace más de 15 años en el país, lo que ha dado paso a la variación de este tipo de metodología. La losa Steel deck se construye apoyada sobre un sistema de vigas de hormigón o emparrillado el cual provee sustento a la losa de piso compuesta lo cual se observa en la figura 1. En esta tecnología constructiva las vigas secundarias que apoyan a la losa colaborante se encuentran simplemente apoyadas.

En contraposición a esto se tienen vigas secundarias de acero que atraviesan la viga principal de hormigón armado formando un empotramiento, semiempotramiento, viga pasante en el intermedio de la luz de la viga de hormigón, lo que forma un nudo que no es homogéneo, por lo que recibe el nombre de mixto o híbrido como lo muestra la figura 2. En este trabajo se busca evaluar el comportamiento de la viga que forma el nudo híbrido como un comienzo para el entendimiento de este sistema de emparrillado que son atravesadas por vigas secundarias de acero como sistema estructural de entrepisos y cubiertas en edificaciones pues podría existir “nudo híbrido articulado”, “nudo híbrido empotrado”, “nudo híbrido de tensor” e incluso “nudo híbrido tipo pasador” en función de cómo se construya y se comporte el nudo dentro de esa estructura y en función del tipo de cargas a que esté sometido, lo que se debe aclarar en otros trabajos.

El bloque de compresiones de la viga de hormigón armado atravesada por un ducto es afectado por el hormigón desplazado, pues se modifica la altura del eje neutro del estado deformado, y a medida que se aumente la carga la sección comenzará a fisurarse.(N 2011)

Se concluye además que la influencia del ducto embebido, en la reducción del desempeño de la viga de concreto reforzado, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte que para el caso donde intervengan los momentos flectores.



Figura 2

Vigas híbridas. (Vigas de hormigón armado atravesadas por vigas de acero)

En la norma del ACI del comité 318-14 (2014) se reglamenta el uso de embebidos (como ductos, tuberías e insertos) en miembros de hormigón. El comentario R6.3, menciona que “En 6.3 se dan reglas empíricas para realizar instalaciones seguras en condiciones normales, pero deben hacerse diseños especiales para condiciones no usuales”. Es claro entonces que se tratan de reglas empíricas, y además en este diseño “no usual”, no siempre es posible cumplir con todos los requerimientos de la norma respecto a embebidos.

1.3 Justificación

Esta investigación tiene lugar ya que dentro de la provincia se han elaborado estructuras que tienen vigas de acero empotradas en vigas principales de hormigón armado, pero de una manera empírica, lo cual deja un poco de incertidumbre al no saber si dicha estructura atenta o no, contra la seguridad de quienes la utilizan. Además se promocionan en la publicidad de las empresas que proveen losas colaborantes (tal como lo indica la figura 3), este tipo de nudo sin ninguna indicación en sus manuales técnicos sobre su diseño o normas que indiquen como formar el nudo en su geometría y posición.



Figura 3

Publicidad sobre la construcción de losas Steel deck.

En este trabajo se busca además aportar a las líneas de investigación abiertas en la carrera de ingeniería civil. Para validar las hipótesis de compatibilidad de las deformaciones, de la planeidad de la sección aplicada a la tipología estructural de vigas descrita en este trabajo, se debe recurrir a métodos de elementos finitos, que consideren la interacción entre materiales e involucrar a toda la sección longitudinal para después, en otras investigaciones ser comprobados experimentalmente.

1.4 Marco teórico

1.4.1 Flexión en vigas

La flexión es la acción simultánea de tracción y compresión, lo que indica que un lado del eje neutro está traccionado y otro comprimido. En cualquier sección transversal existen fuerzas internas que se descomponen en fuerzas normales y tangenciales a la sección. Las componentes normales a la sección son los esfuerzos de flexión y tienen la función de resistir el momento flector que actúa en la sección. Las componentes tangenciales son los esfuerzos cortantes que resisten las fuerzas transversales o cortantes. (Nilson 2001)

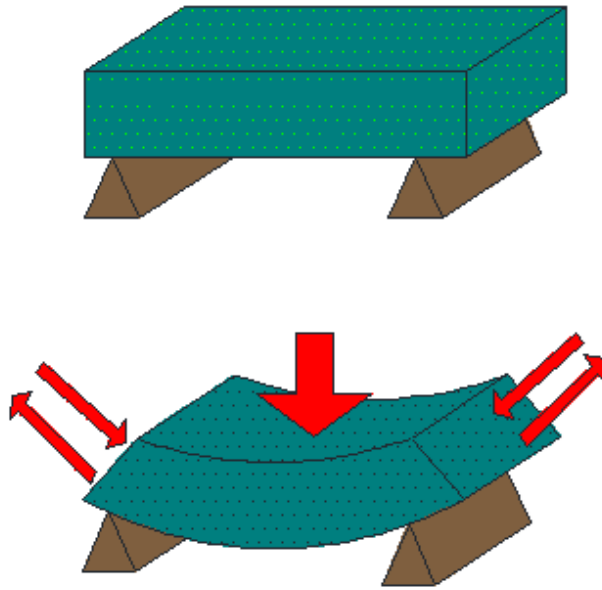


Figura 4
Viga sometida a flexión.

En la figura 4 claramente se puede observar que al colocar cargas en una viga, esta se deforma de tal manera que desde el eje neutro a una cara de la viga se comprime y desde el eje neutro a la otra cara de la viga se tracciona. Esto es lo que se conoce como flexión.

La NORMA ECUATORIANA DE LA CONSTRUCCIÓN (NEC) describe que el diseño de las secciones transversales sometidas a cargas de flexión, o cargas axiales, o a flexo-compresión, que es la combinación de ambas, debe basarse en la compatibilidad y el equilibrio de las deformaciones, para ello se utiliza las siguientes hipótesis:

- Las deformaciones unitarias del hormigón y en el refuerzo deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto para vigas de gran altura, estas necesitarán un análisis que considere una distribución no lineal de las deformaciones unitarias.

- La deformación máxima unitaria utilizable en la fibra extrema que se encuentra sometida a la compresión del hormigón se considera igual a 0,003.

- La resistencia a la tracción del hormigón es mínima por lo que no debe considerarse en los cálculos de elementos de hormigón armado sometidos a carga axial y a flexión.

- La relación entre la deformación unitaria del hormigón y la distribución de los esfuerzos de compresión en el hormigón se debe suponer rectangular, parabólica, trapezoidal o de cualquier otra geometría que origine una predicción de la resistencia que coincida con los resultados de ensayos representativos. Estos requisitos se satisfacen con una forma geométrica rectangular equivalente a los esfuerzos en el hormigón (2015).

El estudio del comportamiento del hormigón armado sometido a flexión se debe analizar por fases, debido a la gran diferencia de comportamientos del hormigón a solicitaciones de tracción y compresión.(Romo 2006)

En Romo (2006), se distinguen cuatro rangos de deformaciones. El primero trata del hormigón elástico a compresión y tracción y acero elástico a tracción. El segundo rango trata sobre hormigón elástico a compresión, hormigón fisurado a tracción y acero elástico a tracción. El tercer rango trata del hormigón inelástico a compresión, hormigón fisurado a tracción y acero inelástico a tracción. Y el cuarto rango trata sobre el hormigón inelástico a compresión, hormigón fisurado a tracción y acero en fluencia.

La figura 5 toma como referencia una viga con armadura de tracción, cuyas cargas exteriores van incrementando progresivamente de tal manera que las deformaciones en las zonas de tracción y compresión crecen gradualmente.(Romo 2006)

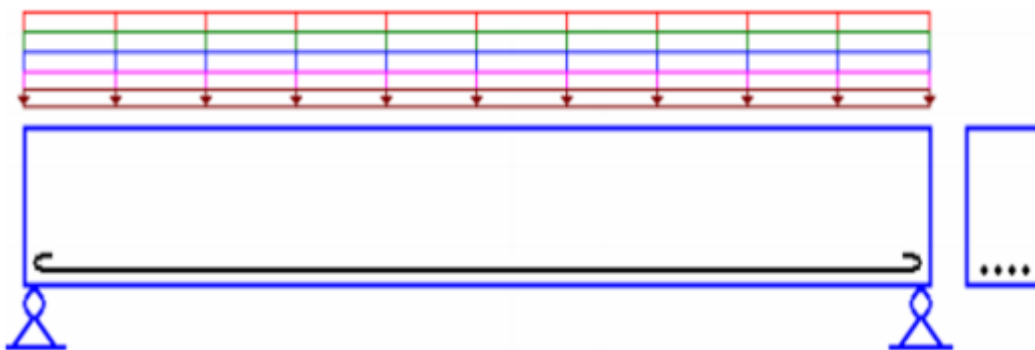


Figura 5
Gráfico de una viga con armadura de tracción (Romo, 2006).

En el hormigón armado, el hormigón y el acero trabajan de manera íntegra. Es decir que existe un comportamiento en conjunto entre estos dos materiales, y en este caso, cuando se va aumentando gradualmente las cargas sobre las vigas de hormigón armado, tanto el hormigón como el acero toman el comportamiento necesario para soportar dichas cargas hasta la ruptura.

Existen 3 etapas distintas antes de que ocurra el colapso. La primera es la etapa del hormigón no agrietado que dice que bajo cargas pequeñas, cuando los esfuerzos de tensión son menores que el módulo de ruptura la sección transversal total de la viga resiste la flexión, con compresión en un lado y tensión en el otro. La segunda es la etapa del hormigón agrietado o de esfuerzos elásticos, esta fase describe que al incrementarse la carga después de que el módulo de ruptura del hormigón se ha excedido, comienzan a desarrollarse grietas en la parte inferior de la viga. Y la última etapa es la de resistencia última, la cual nos indica

que conforme la carga crece en gran cantidad, de modo que los esfuerzos de compresión resultan mayores que la mitad de f'_c , las grietas de tensión se desplazan muy arriba, al igual que el eje neutro, y los esfuerzos de compresión en el hormigón comienzan a dejar de ser lineales. (McCormac and Brown 2011)

Las vigas de hormigón armado se diseñan a resistencia última. Esta cita nos indica que antes de que la viga falle en esta etapa, debió de haber pasado por dos etapas más.

1.4.2 Tensión diagonal en vigas

Los esfuerzos diagonales principales de tensión, llamados tensión diagonal, ocurren en lugares y bajo ángulos diferentes en las vigas de hormigón armado y deben ser cuidadosamente considerados. Si alcanzan ciertos valores, debe suministrarse refuerzo adicional, llamado refuerzo de alma. En vigas de hormigón armado los esfuerzos longitudinales de tensión por flexión son resistidos muy satisfactoriamente por el refuerzo longitudinal. Sin embargo, estas varillas, no proveen una resistencia significativa a los esfuerzos de tensión diagonal. (McCormac and Brown 2011)

El alma es el elemento central de una viga, el cual resiste principalmente los esfuerzos cortantes. Es imprescindible la adición de estribos en vigas de hormigón armado ya que estos son el refuerzo transversal que resistirá la tensión diagonal que actuará sobre las vigas. (Tena & Hernández, 2009)

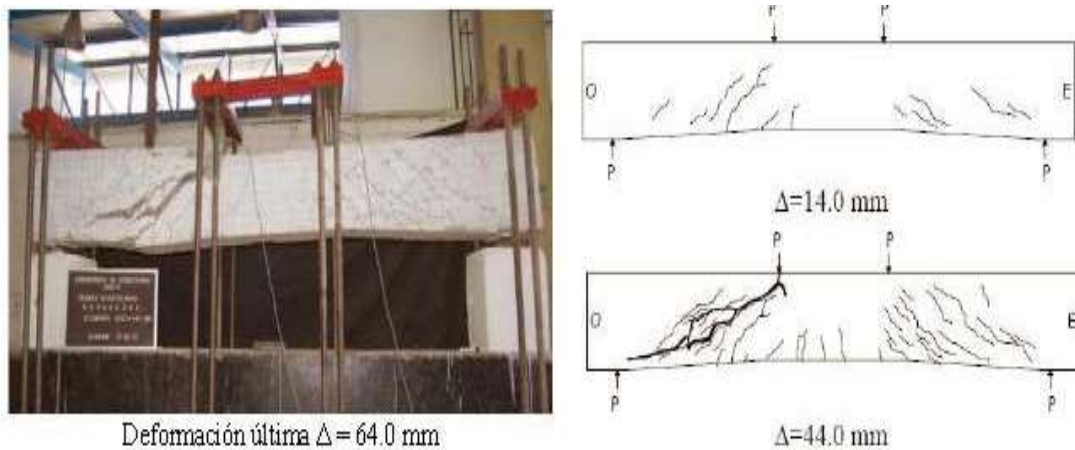


Figura 6
Viga con fallo por tensión diagonal. (Tena & Hernández, 2009).

La figura 6 es parte de un ensayo de vigas sin refuerzo por tensión diagonal, aquí se puede observar las grietas y sus respectivas evoluciones provocadas por la tensión diagonal. Esto suele ocurrir cuando una viga no es bien diseñada o cuando es sometida a cargas mayores a

para las cuales se diseñó. Iniciando con una deformación pequeña, la cual es suficiente para que en el hormigón se produzca pequeñas grietas debido a que los estribos ya no podrían controlar esta tensión diagonal. Consecuentemente si no se toman las medidas respectivas, las grietas van creciendo conforme al pasar del tiempo hasta llegar al colapso.

“En vigas homogéneas, cuando el material es elástico (esfuerzo proporcional a las deformaciones unitarias) los esfuerzos cortantes actúan en cualquier sección, además de los esfuerzos flectores, excepto para aquellos sitios donde se presenta una fuerza cortante igual a cero”.(Nilson 2001). Cuando en un punto de la viga el esfuerzo cortante es igual a cero nos encontraremos con un momento flector máximo en el mismo punto de la viga.

Una forma razonable de reforzar vigas de hormigón ante las tensiones diagonales es colocar barras de acero siguiendo las trayectorias de los esfuerzos, pero esto es poco práctico, ya que las dificultades de construcción son obvias. El comportamiento de un elemento de hormigón armado es bastante más complejo de lo que se puede suponer, ya que la distribución de esfuerzos cambia apreciablemente en el momento en que se exceden las tensiones que pueden soportar el hormigón y aparecen grietas. La posición en que se forman estas grietas no puede predecirse con exactitud, ya que existen siempre variaciones de homogeneidad en el material que afectan localmente a la resistencia del hormigón. La presencia de grietas impide idealizar de una manera sencilla el funcionamiento del hormigón armado, a esta dificultad se añade que el hormigón no es un material elástico y que, por tanto, las distribuciones de esfuerzos cambian con el nivel de carga.

Debido entonces a la complejidad del problema, los métodos utilizados en la actualidad para dimensionar elementos de hormigón sujetos a fuerza cortante, se basan en el conocimiento experimental de su comportamiento. Los estudios experimentales se han concretado principalmente en la determinación de la resistencia del hormigón al agrietamiento inclinado y de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia del elemento. Un elemento de hormigón puede reforzarse mediante barras de acero verticales conocidas como estribos, sin embargo, algunos estudios (Shin et al., 1994) sugieren el uso de fibras de acero como un potencial refuerzo para la matriz de hormigón.(Izaguirre González, Juárez Alvarado et al. 2011)

Refuerzo

El refuerzo por tensión diagonal debe estar compuesto por estribos cerrados oblicuos o perpendiculares no menor a 45 grados respecto al eje de la pieza, barras dobladas no menor a 30 grados con respecto al eje de la pieza o una combinación de estos elementos. También

puede usarse malla de alambre soldado. Para estribos de vigas principales o dimensionamiento de la malla no se usará acero de f_y mayor a 4200 kg/cm^2 . (Macotela Ortega, 2012)

La malla de alambre soldado (elemento prefabricado) está conformado por 3 varillas corrugadas longitudinales unidas por 2 varillas lisas ubicadas en forma de zigzag.

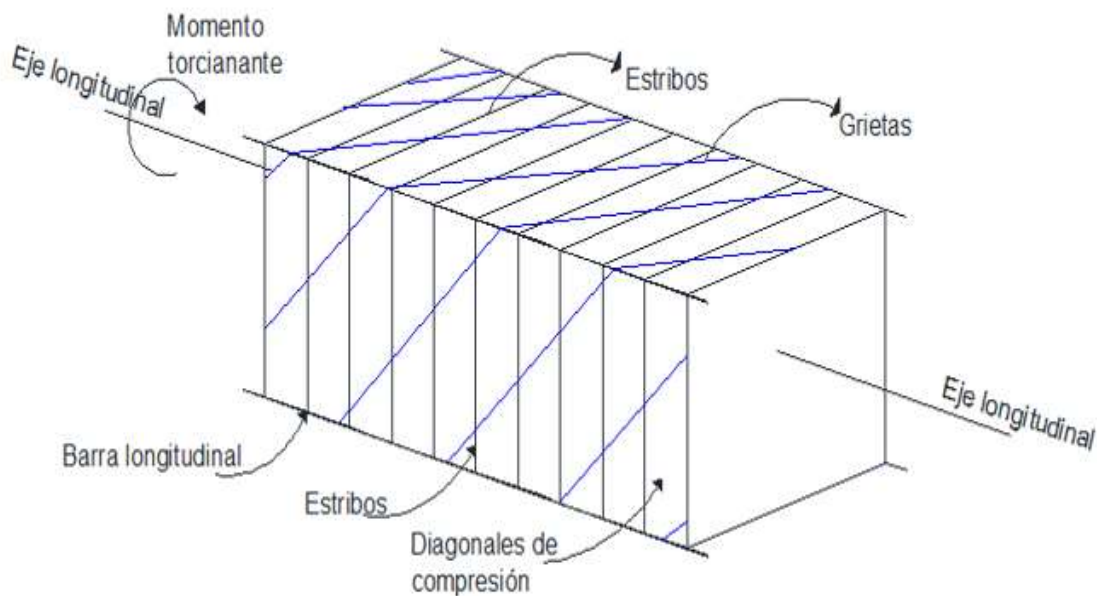


Figura 7
Representación de estribos soportando la tensión diagonal.

La figura 7 claramente se puede notar como los estribos son los principales elementos que soportan la tensión diagonal. Se ve también como el área confinada de hormigón se divide en diagonales de compresión. Al ponerse en servicio una viga, estas diagonales a compresión tratan de agrietarse, lo cual es impedido por los estribos siempre y cuando estos cumplan con lo establecido en el diseño.

En vigas debe suministrarse un refuerzo mínimo por tensión diagonal cuando la fuerza cortante de diseño V_u sea menor que la fuerza cortante del hormigón V_c . El área de refuerzo mínimo será calculada de la misma con la expresión (1), dada por el AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI).

$$(1/16)\sqrt{f'_c} \frac{bw(s)}{f_y}. \quad (1)$$

“Este refuerzo estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 7.9mm cuya separación no excederá de medio peralte efectivo $(d/2)$ ”. (Macotela Ortega, 2012)

Los estribos juegan un papel muy importante en la resistencia a tensión diagonal en las vigas. Por lo que hay que cumplir con las disposiciones dispuestas en esta cita y en el código de la construcción que rige en el país.

El tema de tensiones diagonales es muy importante en este proyecto de titulación, ya que nuestra viga de hormigón armado está compuesta también por tubos de acero que son huecos en el interior, esto puede o no producir una alteración en la resistencia de la viga de hormigón armado a la tensión diagonal. Habrá que revisar mediante un programa de elementos finitos el lugar específico en el que resulte más beneficioso ubicar estos elementos teniendo en cuenta que no altere la ubicación de los estribos que son pieza fundamental para combatir la problemática de las grietas diagonales.

1.4.3 Modelos constitutivos de materiales

Leyes constitutivas para el hormigón a compresión sin confinamiento

Un modelo ampliamente adoptado por diferentes normativas ha sido el de Whitney (1942), que sustituye al diagrama parabólico de compresiones por otro equivalente, intencionalmente rectangular.

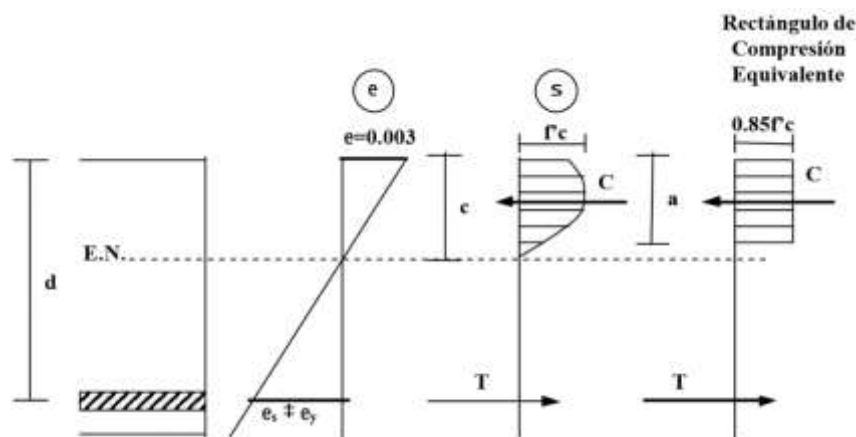


Figura 8
concreto y rectángulo equivalente de Whitney. (Romo Proaño, 2006)

Normativas como el ACI, código que es aceptado por la mayoría de los países latinoamericanos, propone este modelo. Con el modelo de Whitney es muy simple fijar la magnitud y posición de la resultante de la fuerza de compresión del hormigón; sin embargo, es una propuesta realmente conservadora, pues reemplaza la distribución real de esfuerzos por un rectángulo que define la intensidad de la compresión mediante el valor ($\alpha_1 f'_c$), en la

profundidad ($\beta_1 c$), calculados ambos coeficientes a partir de la fuerza en compresión. (Nilson 2010)

Es frecuente suponer para los estados límites de resistencia los siguientes valores: $\alpha_1 = 0,85$ y $0,65 \leq \beta_1 \leq 0,85$.

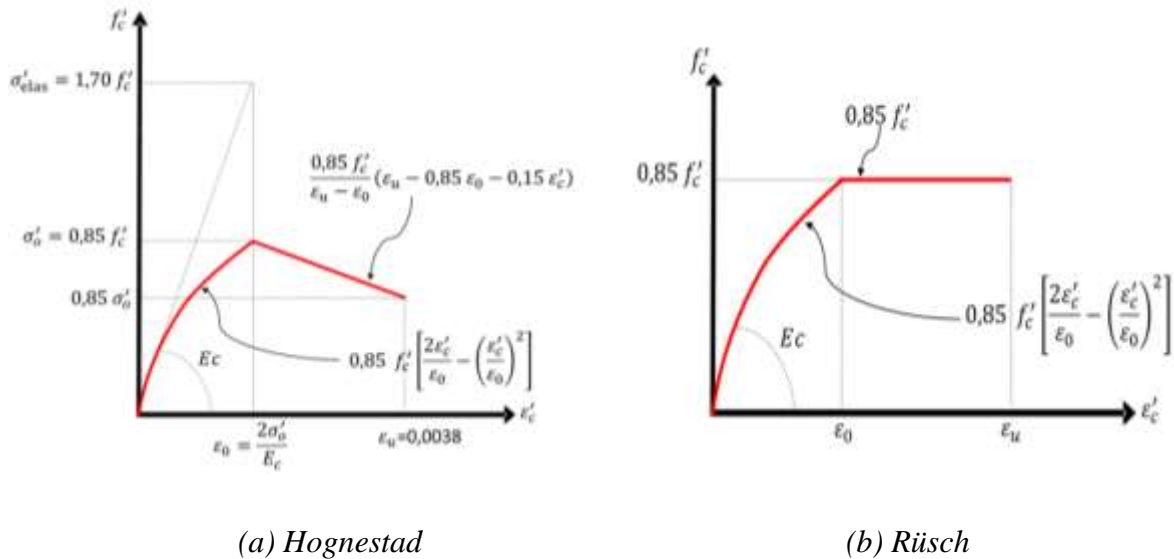


Figura 9
Modelos adaptados para el hormigón no confinado.

Otro modelo muy aceptado del comportamiento del hormigón no confinado es el de Hognestad (1955), aplicable tanto a secciones circulares como rectangulares. En la figura 9a se muestra su ley, observándose que la rama ascendente es una parábola de segundo grado hasta alcanzar la máxima resistencia, y luego desciende de forma lineal hasta la deformación última que se acepte para el hormigón. Las expresiones (2) y (3) refieren las ecuaciones asociadas a esta ley:

$$\sigma'_c = 0,85 \cdot f'_c \left[\frac{2\epsilon'_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon'_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right]; \quad \epsilon'_c < \epsilon_0 \quad (2)$$

$$\sigma'_c = \frac{0,85 \cdot f'_c}{\epsilon_u - \epsilon_0} (\epsilon_u - 0,85\epsilon_0 - 0,15\epsilon'_c); \quad \epsilon_0 \leq \epsilon'_c \leq \epsilon_u \quad (3)$$

Siendo:

f'_c : Resistencia máxima de un hormigón ensayado en laboratorio

ϵ'_c : Deformación en el punto i

ϵ_0 : Deformación de rotura asociado a la máxima resistencia del hormigón igual a 0,002

E_c : Módulo de elasticidad calculado como la relación $\sigma'_{elas}/\epsilon_0$

ϵ_u : Máxima deformación del hormigón, considerada igual a 0,0038

Rüsch propone una ley de comportamiento cuya primera rama coincide con la de Hognestad, pero seguida por un segmento rectilíneo de pendiente nula, propuesta que se ilustra en la figura 9b. El punto más elevado de la parábola, que coincide precisamente con su vértice, responde a las coordenadas $(\epsilon_0; 0,85f'_c)$. En este caso la máxima deformación, ya dentro de la segunda rama, se fija en el valor ϵ_u (Hernández Caneiro 2013). El significado de las variables coincide con las anotadas para Hognestad a excepción de ϵ_u que representa la deformación de rotura del hormigón a flexión y se fija en 0,0035.

Leyes constitutivas para el hormigón a compresión confinado

El confinamiento del hormigón mediante el refuerzo transversal mejora su desempeño y permite mayores deformaciones, a la vez que incrementa la ductilidad de un elemento, como indican estudios experimentales desarrollados por Chan (1955), Blume (1961), etc. Apoyados en los resultados de numerosos ensayos, Roy y Sozen (1964), Soliman y Yu (1967) y Sargin (1971), propusieron diferentes relaciones esfuerzo-deformación para el hormigón confinado, lo mismo que Park (1982), Mander (1988), Saatcioglu-Razvi (1992) y Chung (2002). Husem y Pul (2006) estudian el comportamiento de hormigones de alta resistencia y proponen un modelo en el que la rama ascendente depende del radio del refuerzo de confinamiento y, comparada, resulta similar al modelo modificado de Park, mientras que la rama descendente fue similar a la propuesta en 1992 por Nagashima, concluyendo que el refuerzo transversal llega a garantizar un incremento en la resistencia a la compresión del orden del 19%, extendiendo con ello la ductilidad.

La ductilidad se incrementa al doble si se disminuye a la mitad el espaciamiento del refuerzo transversal, debido a que se obtendría mayor seguridad del comportamiento del hormigón confinado, incluso los estudios de Nagashima confirman que con esta reducción del espaciamiento se mejora el comportamiento de la estructuras frente a la acción de un sismo. Una falla frecuente durante eventos sísmicos es precisamente, la ausencia del debido confinamiento del hormigón, como puede apreciarse en la figura 10.

De hecho, el confinamiento del hormigón por el efecto favorable del refuerzo transversal, incrementa, de forma indirecta, su resistencia a la compresión, códigos como el ACI 318-14 regulan la cantidad mínima a colocar, exigiendo espaciamientos muy por debajo de los

requeridos para controlar el cortante. El refuerzo transversal en forma helicoidal confina con mayor eficacia que el de cercos o estribos, de uso más extendido por razones constructivas. Ello se debe a que el zunchado ejerce una presión continua sobre el hormigón del núcleo, razón que justifica el incremento que propone el ACI a la resistencia a cortante del hormigón, mediante la reducción del factor (ϕ) cuando el refuerzo transversal que se utiliza es en forma de hélice.



Figura 10
Elementos de hormigón armado que han fallado frágilmente.

En resumen, para que el refuerzo transversal ejerza un efecto eficiente, la separación de los estribos (s) debe ser razonablemente pequeña como se anotó anteriormente, factor reconocido en los modelos de Park y Mander mediante la cuantía del refuerzo transversal ρ_v , pero además hay otros factores que incrementan su tenacidad y que son incluidos también en ambos modelos, como la relación entre el volumen de acero utilizado en los estribos o cercos, y el volumen de hormigón confinado nombrado (γ_v), además de la resistencia f_{yv} de este acero.

Modelo de Mander

La figura 11 ilustra el modelo de comportamiento para el hormigón confinado propuesto por Mander, aplicable básicamente a secciones cuadradas y circulares. La ley contiene una primera rama parabólica que considera, precisamente, el efecto favorable del confinamiento y lo hace mediante un incremento de la resistencia a compresión y la deformación del hormigón. En él la falla se inicia cuando colapsa el refuerzo transversal y ya no es capaz de confinar al núcleo de hormigón, originándose deformaciones mayores que las admitidas por otros modelos. Su propuesta es muy aceptada en la actualidad y lo es tanto que forma parte de las rutinas de varios software, incluyendo el SAP 2000.

La rama curva del comportamiento responde a la ecuación:

$$f_c = \frac{xr f'_{cc}}{r-1+x^r} \quad (4)$$

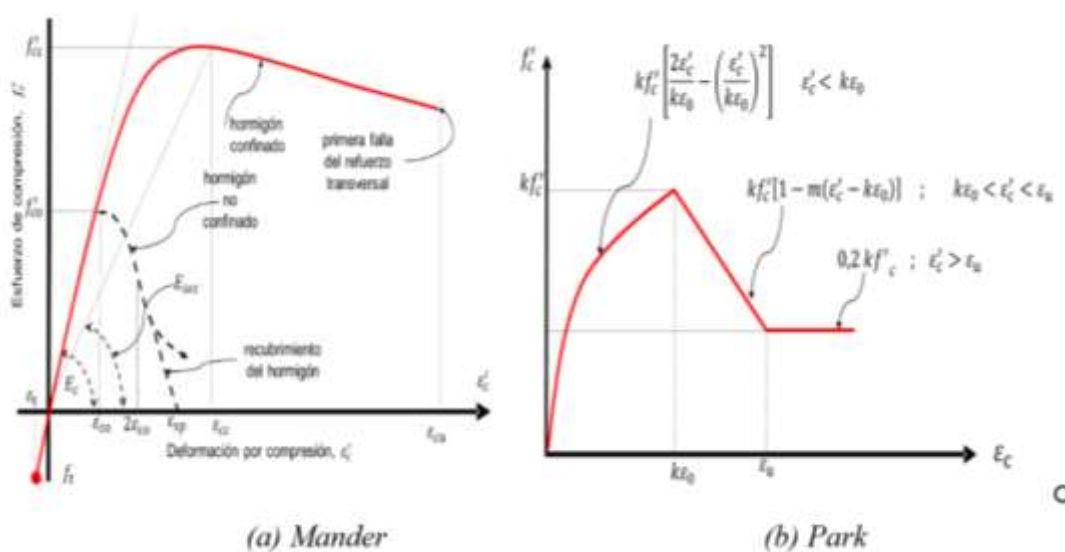


Figura 11
Modelos para hormigón confinado.

Siendo:

$f'_{cc} = \lambda f'_c$: esfuerzo a compresión del hormigón confinado

$\lambda > 1$: Factor de esfuerzo confinado

$x = \epsilon_c / \epsilon_{cc}$

ϵ_c : Deformación unitaria del hormigón (variable independiente de la función f_c)

ϵ_{cc} : Deformación unitaria del hormigón asociada al esfuerzo máximo f'_{cc}

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} [1 + 5(f'_{cc}/f'_{co} - 1)]$$

f'_{co} : Resistencia máxima del hormigón no confinado

$\varepsilon_{co} = 0,002$: Deformación asociada a f'_{co} .

$$r = E_c / (E_c + E_{sec})$$

$E_c = 5000\sqrt{f'_{co}}$ (MPa): Módulo de elasticidad del hormigón

$E_{sec} = f'_{cc}/\varepsilon_{cc}$: Módulo secante del hormigón asociado al esfuerzo máximo f'_{cc}

Modelo de Park

La ley analítica del Modelo de Park se indica a continuación:

$$\sigma'_c = \begin{cases} kf'_c \left[\frac{2\varepsilon'_c}{k\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon'_c}{k\varepsilon_0} \right)^2 \right] & ; \quad \varepsilon'_c < k\varepsilon_0 \\ kf'_c [1 - m(\varepsilon'_c - k\varepsilon_0)] & ; \quad k\varepsilon_0 < \varepsilon'_c < \varepsilon_u \\ 0,2 kf'_c & ; \quad \varepsilon'_c > \varepsilon_u \end{cases} \quad (5)$$

Se trata de un modelo de comportamiento del hormigón que tiene en cuenta también el efecto favorable del confinamiento sobre el hormigón, y posee una marcada afinidad con la propuesta de Hognestad, añadiendo a ella un coeficiente k que toma en consideración la contribución al confinamiento conferido por el refuerzo transversal a medida que crecen las deformaciones desde $\varepsilon'_c = 0$ y hasta $\varepsilon'_c = \varepsilon_u$, pasando por $\varepsilon'_c = k \cdot \varepsilon_0$. En la figura 11b se muestra el modelo propuesto por Park, pudiéndose observar que consta de tres ramas.

Siendo:

$$\varepsilon_0 = 0,002$$

$$k = 1 + \frac{\rho_v \cdot f_{yv}}{f'_c}$$

$$m = \frac{0,5}{\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - k \cdot \varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0,29f'_c}{145f'_c - 1000}$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_v \sqrt{\frac{b''}{s}}$$

$$\varepsilon_u = k\varepsilon_0 + \frac{0,8}{m}$$

El valor de ε_u calculado mediante la expresión que se ha propuesto resulta elevado (Aguiar 2003), recomendándose su revisión en trabajos futuros.

1.4.4 Comportamiento del acero

Acero

Un modelo idealizado del acero como el que se ilustra en la figura 12, se caracteriza por presentar dos ramas diferentes de comportamiento. Llamado también modelo elasto-plástico perfecto, representa una muy buena aproximación al verdadero comportamiento del material. La primera rama confirma que el material se comporta de manera elástica perfecta y la relación esfuerzo-deformación obedece a la ley de Hooke, mientras la segunda rama reconoce el carácter plástico del material una vez que alcanza la fluencia, es decir, sin que medie necesariamente un aumento de la carga, las deformaciones se incrementan progresivamente. Corresponde a este tipo de respuesta la siguiente ecuación constitutiva:

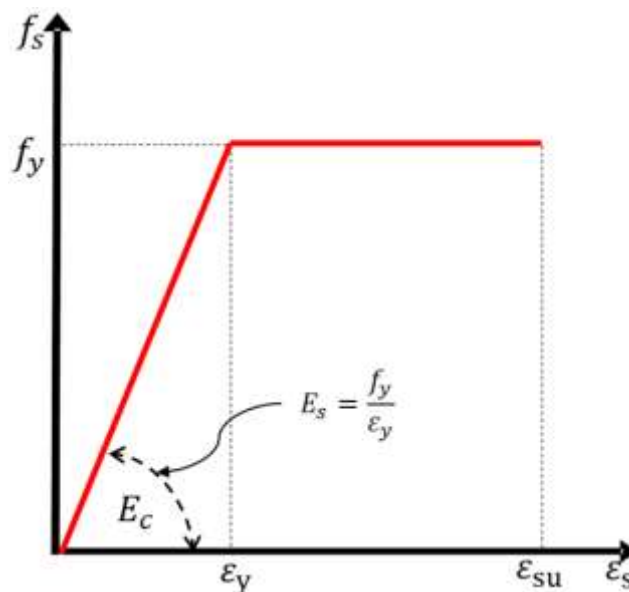


Figura 12
Modelo elasto-plástico perfecto del acero.

$$f_s = \begin{cases} E_s \cdot \varepsilon_s & \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \\ f_s = f_y & \varepsilon_s > \varepsilon_y \end{cases} \quad (6)$$

1.4.5 Leyes esfuerzo – deformación del refuerzo que se analiza

Para el comportamiento del acero se utiliza una aproximación trilineal (curva completa) mostrado en la figura 13 propuesto por Park y Paulay (1975). La curva tiene tres regiones, una primera región elástica, seguida de una perfectamente plástica y finalmente una región de

endurecimiento por deformación (Park, 1975). Las ecuaciones que generan la curva en el software SAP 2000 utilizado en este trabajo se muestran en la figura 13. (Computers and Structures 2014)

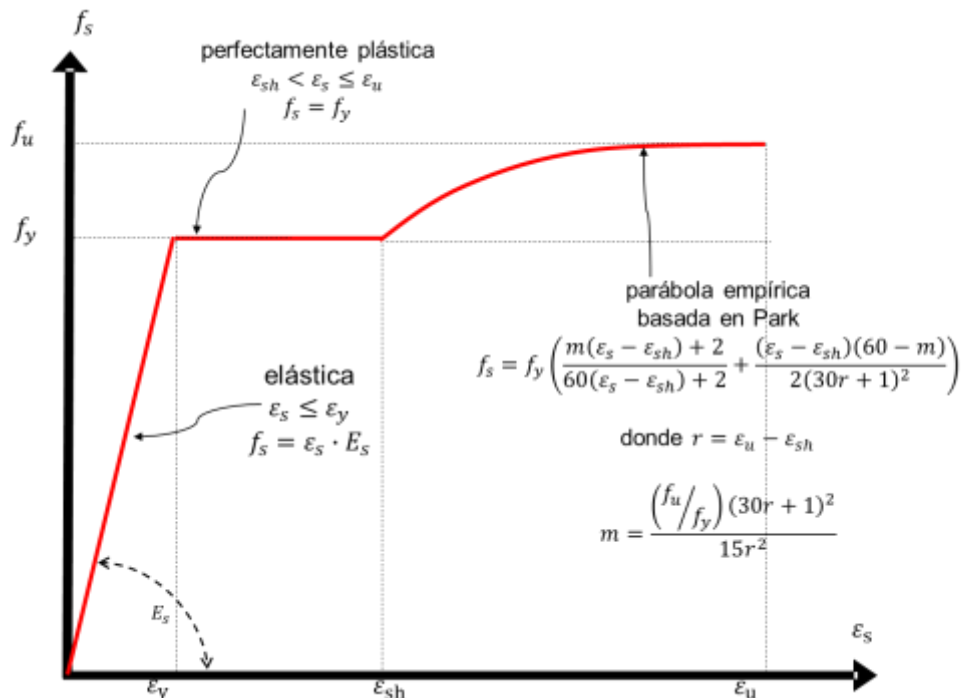


Figura 13
Ley constitutiva para el acero.

1.4.6 Análisis de nudos híbridos en vigas de hormigón armado

Introducción

Un nudo híbrido es la unión de dos o más elementos estructurales de diferentes materiales (hormigón-acero por ejemplo) que convergen en un solo punto en donde los esfuerzos producidos por cada elemento son transmitidos a través de la unión. Generalmente la conexión que es encargada de resistir y transferir los esfuerzos a los que se someten los elementos estructurales, es la parte más importante de las edificaciones y en ocasiones a la que menos importancia se le da en el momento de análisis.(Nilson 2010).

El propósito de este tema es mostrar algunos resultados analíticos provisionales y parciales que han sido obtenidos del estudio del comportamiento de los nudos híbridos como los mostrados en la figura 14, pues son usados cada vez más sin un conocimiento pleno de su comportamiento. Por la bibliografía revisada hasta ahora, se reconoce que el análisis estructural de esta tipología constructiva ha venido siendo marcadamente empírica.(Mieles and Castañeda 2016). En varias ciudades de Ecuador se observan publicidades de proveedores de losas

colaborantes (Steel deck) donde muestran fotos de emparrillados mixtos de hormigón armado y acero estructural formando nudos híbridos como sistema de sostenimiento de la losa colaborantes para entrepisos y cubiertas, pero sus manuales técnicos no dan indicaciones sobre la ubicación, forma o normas para el nudo que muestra la publicidad.



Figura 14
Nudos híbridos (hormigón-acero). (Mieles & Castañeda, 2016)

Las construcciones mixtas han tenido un aumento notable, en parte por ciertas ventajas como facilidad de montaje, costos, posibilidad de prefabricación optimización del material, mejor resistencia a la corrosión, claros libres más grandes.(Álvarez and Cházaro 2014). Analizar elementos mixtos y el comportamiento de nudos híbridos por el auge que están tomando es lo que motiva el trabajo total de **este proyecto que busca estudiar la ubicación óptima de las vigas secundarias de acero, sus efectos sobre la viga principal de hormigón y diseño del nudo, el comportamiento de este tipo de emparrillados**, entre otros por medio de modelación computacional en el programa de elementos finitos Abaqus y **la posterior experimentación en laboratorio** de un nudo similar al de la figura 14 o esquema de la figura 15.

Un primer paso para efectuar y ensayar modelos reales es la modelación computacional. En etapas posteriores a este trabajo, los modelos computacionales deben ser avalados, utilizados

para calibrar los modelos numéricos y computacionales, y ajustados a ellos deben converger con el modelo experimental y corroborar una aproximación con el modelo experimental como patrón. En la sección 1.6.2 de este trabajo se muestra un breve fundamento teórico de nudos en la parte más aplicativa a un nudo híbrido, con la descripción además de un modelo específico.

Nudos híbridos en vigas de hormigón armado-viga metálica

Un nudo se define como la unión de elementos estructurales que confluyen en un punto que se desplaza y gira. En zonas sísmicas su diseño recibe mucha importancia por lo que el código ACI 318 especifica la filosofía de nudo fuerte viga débil.(Aguiar 2014). Durante eventos extremos como sismos, el entramado de acero de vigas pasantes está posiblemente actuando como un sistema de arriostre que mejora el comportamiento del emparrillado frente a la carga sísmica, pero eso aún está por probar después que se hagan los diferentes niveles de análisis como parte de este trabajo de investigación.

Estos nudos pueden ser la unión viga-columna, losa-columna, viga-viga.(Ruiz 2013). Este último es el caso de estudio cuyo esquema se muestra en la figura 15, donde una viga principal de hormigón es atravesada por una viga secundaria de acero, describiendo un nudo híbrido intermedio en la luz de la viga de hormigón armado que le sirve de apoyo, con elementos que confluyen horizontalmente.(Mieles and Castañeda 2016). Esta concepción puede considerarse válida para conexiones entre vigas y columnas de hormigón armado y acero estructural, cuyo empleo tiene aplicación sísmica considerando los posibles movimientos del terreno (Gómez, Sánchez et al. 2014) y debe tomar en cuenta la posible inversión de momentos en zonas donde puedan ocurrir sismos fuertes. (ACI-352RS-02, 2010)

Los sistemas combinados entre estructuras de acero y de hormigón armado forman parte de un sistema integro marcos o secciones aporticadas resistentes a momentos, las características generales obtenidas al fusionar los dos tipos de estructuras de diferentes materiales proporcionan estabilidad y rigidez al sistema estructural de las edificaciones.(Herrera and Beltrán 2013)

Para poder estudiar el comportamiento estructural de un nudo híbrido o cual cualquier tipo de nudo debe considerarse la capacidad de rotación, rigidez, resistencia causados por efecto de fuerzas, esfuerzos tangenciales y momentos resistentes, donde influye directamente la rigidez de la conexión.(Aznar, García et al. 2008). Una conexión entre elementos de diferentes características como hormigón armado y acero estructural, debe resistir las fuerzas multidireccionales como carga axial, flexión, torsión y cortante. (ACI-352RS-02, 2010). Un

diagrama de cuerpo libre de una sección con nudo híbrido sin ningún tipo de conector de cortante puede representar lo anteriormente dicho.

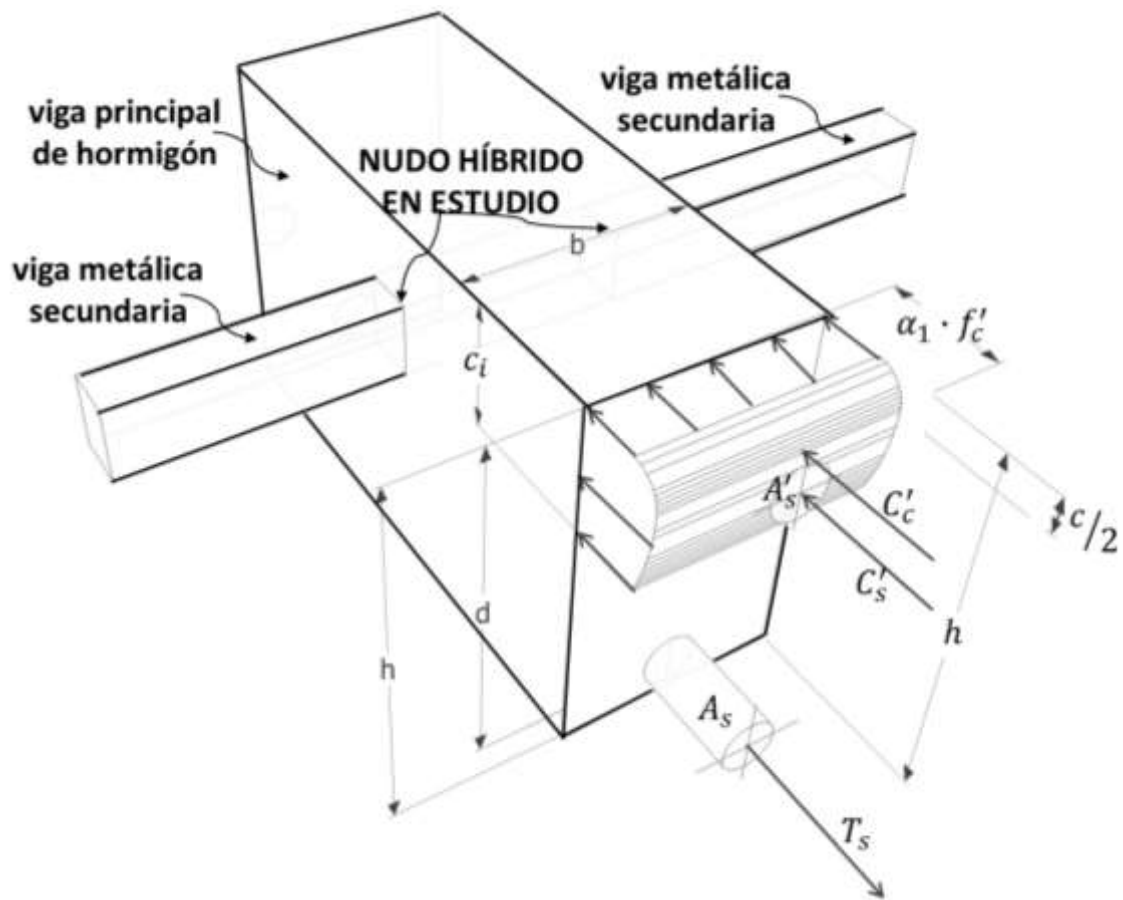


Figura 15
Fuerzas por flexión de viga de hormigón. (Mieles & Castañeda, 2016)

El nudo híbrido como el caso de estudio para efecto de momento, tiene la particularidad de que la viga metálica al estar embebida dentro de la sección de hormigón, produce efectos de compresión en la parte superior e inferior del nudo en el hormigón armado por efecto del esfuerzo de flexión provocado por el momento actuante en la viga metálica y las reacciones que la viga metálica transfiere a la viga de hormigón armado. En la figura 15 se ejemplifica varias de las fuerzas que introducen en el nudo la viga metálica y las zonas que se comprimen en la viga de hormigón. Es necesario el empleo de un conector de cortante, como estribos alrededor del nudo, amarrados en el acero longitudinal de la viga principal, pues el fallo por desgarramiento de la viga secundaria sobre la principal sería posible.

Los esfuerzos de compresión causados por la viga secundaria, actúan en la dirección perpendicular a los esfuerzos de compresión que se originan por la flexión de la viga de hormigón armado. El bloque de compresiones de la viga de hormigón es invadido en parte por

la viga pasante cuyo efecto es representado en la figura 15 y se combina con los bloques de compresión que origina los esfuerzos que transmite la viga de acero. Esto origina un cierto efecto beneficioso al proveer algún confinamiento al nudo. Para el diseño de los nudos híbridos pueden aplicarse las disposiciones propuestas en los diseños de vigas de acero y vigas de hormigón respectivamente, controlando los efectos de adherencia producidos por la interacción del acero dentro del concreto.(Herrera 2013).

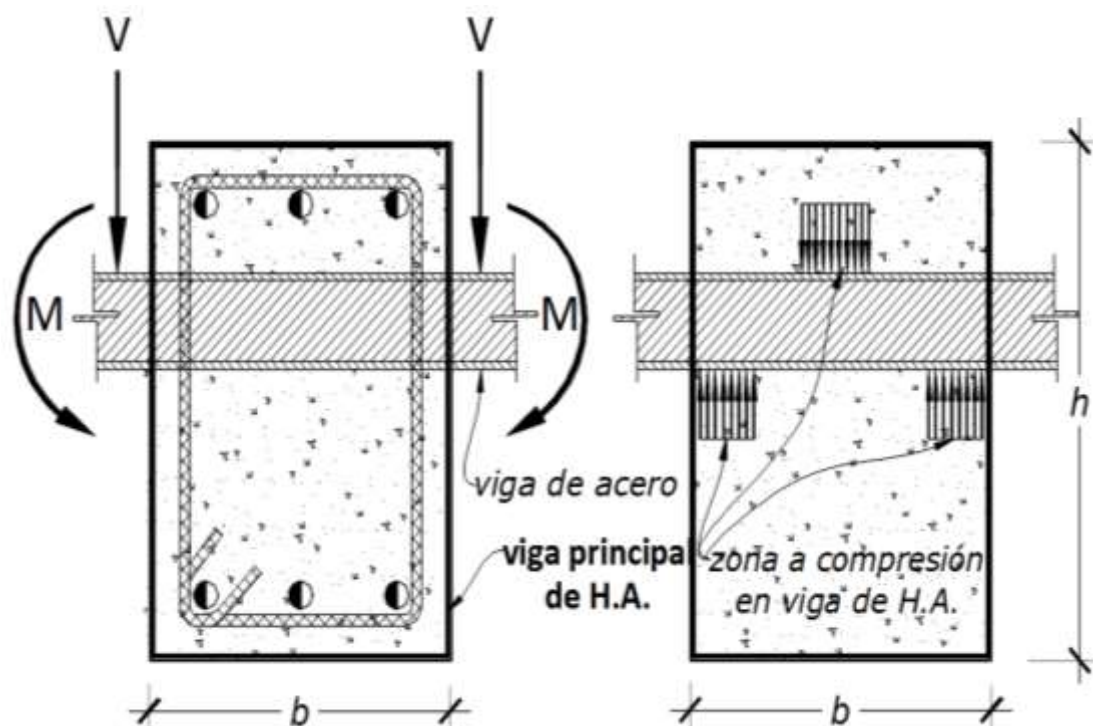


Figura 16
Fuerzas que introduce la viga de acero al nudo. (Mieles & Castañeda, 2016)

El informe del comité 318 y 352 del AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI) solo se refiere a nudos de hormigón, pero pueden extenderse a otro tipo de estructuras aperticadas cuando existan situaciones estructurales y de carga similares (Aguiar R, 2010) como el caso de una conexión híbrida en estudio. En 16.1.c del ACI 318-14, indica que el capítulo se aplica al diseño de nudos y conexiones de “miembros a flexión de concreto compuesto” pero aclara en 16.2.1.2 que la efectividad de la conexión debe ser verificada por medio ensayos para probar la efectividad de la transferencia de fuerzas proporcionado por conectores mecánicos, anclajes, llaves de cortante entre otros, considerando además “las diferencias de rigidez, resistencia y ductilidad de los componentes” cuando se tienen componentes múltiples.(ACI-318S-14 2014)

Para las conexiones de híbridas es recomendable cumplir con las mismas disposiciones que para vigas de acero o vigas de hormigón, la transferencia entre acero y hormigón debe ser

por conectores de corte o mecanismo similar y debe despreciarse el efecto de adherencia entre el hormigón y acero. En el nudo mixto se puede originar esfuerzos de tracción en las componentes de la conexión, lo que debe ser regulado con refuerzo de confinamiento.(Herrera 2011)

En la referencia(Herrera 2013), se encuentra una propuesta para lograr transmitir los esfuerzos de conexiones híbridas mediante pernos conectores, en la conclusión de la investigación se demuestra por medios experimentales y computacionales que se produce una transmisión del cortante por rozamiento. En la investigación se demuestra también que los nudos hechos con pernos conectores son capaces de resistir solicitaciones de flexión muy superiores a los que pueden originarse en estructuras de edificación de viviendas, además estas uniones han demostrado producir una mayor resistencia de las uniones por la transmisión del cortante debido a la compresión del hormigón contra el pilar.(Aznar 2013)

1.4.7 Tensión de Von Mises

La tensión de Von Mises da una noción del estado de tensión al que se somete a un material, puede aplicarse a cuerpos en tracción o compresión. La teoría de Von Mises expresan que la fluencia de un material dúctil se origina en el momento que la energía de distorsión por unidad de volumen del material sea mayor o igual a la energía de distorsión por unidad de volumen del mismo material cuando se somete a la fluencia en una prueba de tensión simple. (Hibbeler 2011)

Cuando se aplica una carga a un material este se deforma, lo que provoca que se acumule energía interna. Esa energía acumulada por unidad de volumen se denomina **energía de deformación**. Si el esfuerzo al que se somete al material es uniaxial la ecuación que lo describe es:

$$E_{def} = E_{rev} + E_{irrev} \quad (7)$$

Enuncia que el material no fluirá en el punto analizado siempre que la energía de distorsión por unidad de volumen en el punto no supere la energía de distorsión por unidad de volumen que se da en el momento de la fluencia en el ensayo de tracción.

Teoría de energía de distorsión máxima

La energía por unidad de volumen se denomina densidad de la energía de deformación, y si el material está sometido a un esfuerzo uniaxial, su densidad de energía es:

$$U = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad (8)$$

Si el material se somete a un esfuerzo triaxial (figura 17-a), entonces cada esfuerzo principal aporta una parte de la densidad de energía de deformación total, de modo que:

$$U = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \epsilon_3 \quad (9)$$

Por otra parte, si el material se comporta de manera elástico lineal, entonces se aplica la ley de Hooke, por lo tanto:

$$U = 1/(2E) (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2)) \quad (10)$$

Esta densidad de energía de deformación puede considerarse como la suma de dos partes, una que represente la energía necesaria para causar un cambio de volumen en el elemento sin cambio en su forma, y la otra que representa la energía necesaria para distorsionar el elemento. En específico, la energía almacenada en el elemento como consecuencia del cambio de su volumen es causada por la aplicación del esfuerzo principal promedio, expresada en la ecuación (11).

$$\sigma_{\text{promedio}} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \quad (11)$$

Puesto que el esfuerzo causa deformaciones principales iguales en el material (figura 17-b), la posición restante de esfuerzo $(\sigma_1 - \sigma_{\text{promedio}})$, $(\sigma_2 - \sigma_{\text{promedio}})$, $(\sigma_3 - \sigma_{\text{promedio}})$ ocasiona la energía de distorsión (figura 17-c).

La evidencia experimental ha demostrado que los materiales no ceden cuando están sometidos a un esfuerzo uniforme (hidrostático), como el σ_{promedio} ya analizado. Como resultado, en 1904 M. Huber propuso que la cedencia de un material dúctil se produce cuando la energía de distorsión por unidad de volumen del material es igual o superior a la energía de distorsión por unidad de volumen del mismo material cuando se somete a la cedencia en una prueba de tensión simple. Esta teoría se llama *teoría de la máxima energía de distorsión*, y como después fue redefinida en forma independiente por R von Mises y H. Hencky, en ocasiones también adopta sus nombres.

Para obtener la energía de distorsión por unidad de volumen, se tiene la ecuación (12)

$$U_d = \left(\frac{1 + \nu}{6E} \right) ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2) \quad (12)$$

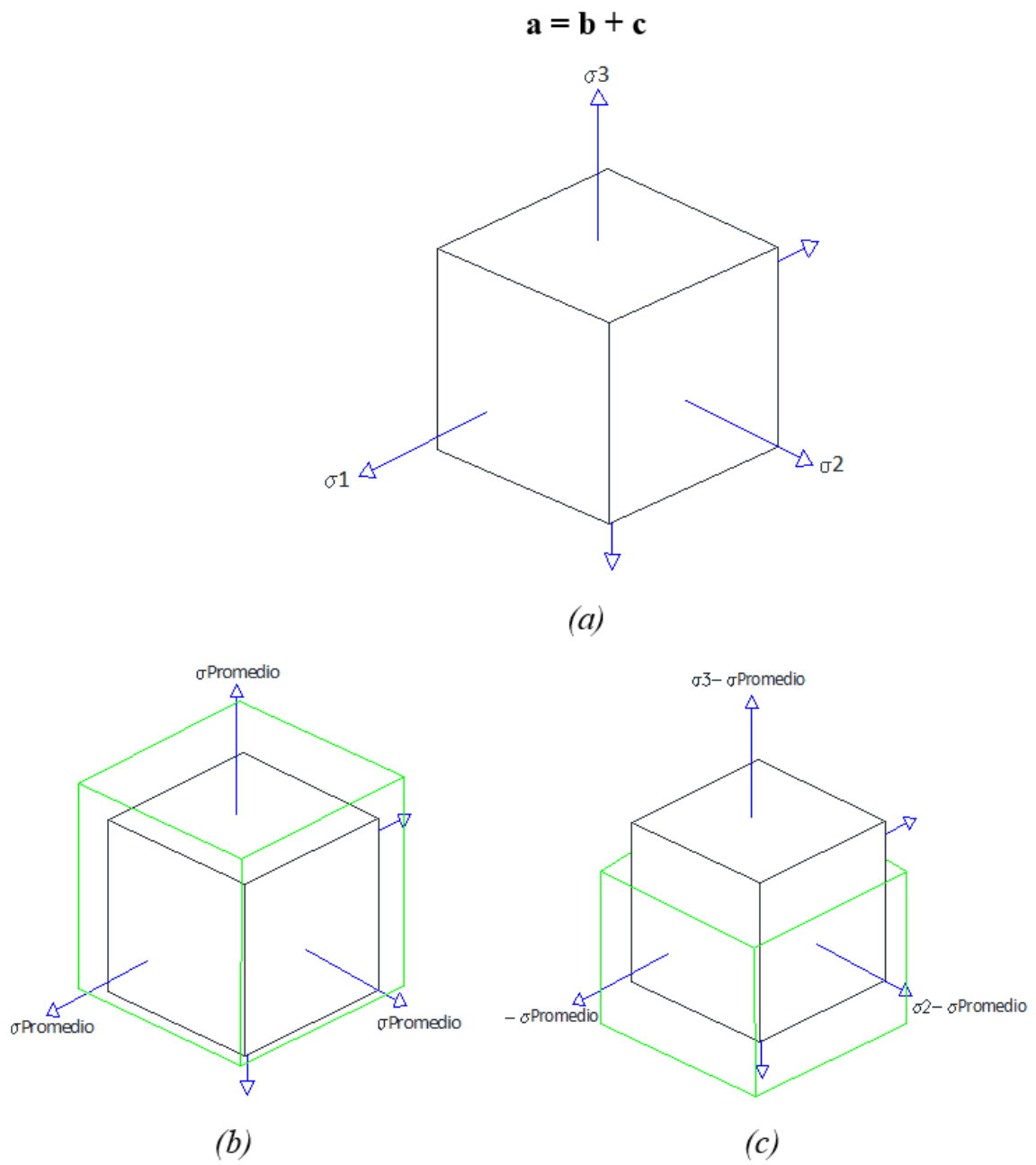


Figura 17
Representación gráfica de la máxima energía de distorsión.

Capítulo II

2.1 Visualización del alcance del estudio

2.1.1 Aporte Social

Este trabajo de investigación servirá como ayuda entender en que sectores de la viga de hormigón armado es más factible la colocación de nudos híbridos. Y abrirá la pauta para que los diseñadores tengan en cuenta que es necesario realizar los estudios pertinentes antes de su puesta en obra y de esta manera evitar posibles accidentes.

2.1.2 Aporte Económico

Este estudio, dará a las personas interesadas en la construcción de losas para edificaciones y/o viviendas bajo este método una referencia de que con un buen estudio previo se podría realizar y ahorrar dinero en ítems como encofrado, bloques aligerantes y hormigón simple.

2.1.3 Aporte Científico

Este trabajo de titulación ayudará a cruzar la barrera del trabajo empírico al trabajo profesional y efectivo de la hibridación de elementos en la construcción. Modelar una viga de hormigón armado atravesada por vigas de acero requiere de muchos conocimientos sobre los comportamientos de los elementos utilizados. Se necesita además un programa informático efectivo para el caso, lo cual le dará a las personas que se encargan del diseño de estructuras la necesidad de aprender a manejar de una manera eficiente dichos programas.

2.2 Hipótesis

Este método de modelación analizará el comportamiento de estructuras mixtas por modelos computacionales de elementos finitos, reemplazando el objeto de la investigación por un patrón que represente el sistema analizado.

2.3 Definición de variables

2.3.1 Variable independiente: Softwares para modelar estructuras

MANIFESTACION	CATEGORÍA	INDICADOR	ÍTEMS	TECNICA
<p>Modelación de estructuras mixtas mediante un programa de elementos finitos.</p> <p>Es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales, utilizando para ello programas computacionales. Es utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.</p>	Modelos computacionales.	Softwares para la modelación de estructuras.	<p>¿Conoce usted programas para modelar estructuras?</p> <p>¿Tiene referencias sobre como modelar estructuras mixtas?</p>	Investigar que programas permiten modelar elementos estructurales híbridos, y posterior preparación sobre el software más eficiente para desarrollar este trabajo.

2.3.2 Variable dependiente: Normas para la construcción de estructuras de hormigón armado y estructuras metálicas

MANIFESTACION	CATEGORÍA	INDICADOR	ÍTEMS	TECNICA
<p>Cumplimiento de lo establecido en la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC 2015).</p> <p>La NEC, en su última versión, 2015. Contiene una serie de normativas para la construcción de diversos tipos de estructuras, las cuales deben cumplirse.</p>	<p>Normativas de construcción.</p>	<p>NEC 2015.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estructuras de Hormigón armado. - Estructuras metálicas. 	<p>¿Conoce usted las normativas para la construcción de estructuras mixtas, compuestas de hormigón armado y estructura metálica?</p>	<p>Lectura de</p> <ul style="list-style-type: none"> - NEC-SE-HM - NEC-SE- HA <p>(Normativas ecuatorianas para la construcción de estructuras de hormigón armado y estructuras metálicas respectivamente.)</p>

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo General

Modelar en un programa de elementos finitos vigas atravesadas por ductos con vigas secundarias de acero.

2.4.2 Objetivos Específicos

- Investigar cuál es el método más apropiado para Modelar leyes constitutivas de los materiales que intervienen en las vigas de este estudio, en un programa de elementos finitos.
- Averiguar los principales procesos para Modelar partes y ensamblarlas, de forma que interactúen y se comporten de forma aproximada a la real.
- Identificar factores para Inferir el comportamiento de la sección total mediante el examen de los resultados obtenidos en los programas de elementos finitos.
- Recomendar una geometría transversal y longitudinal de la viga de hormigón atravesada por vigas secundarias de acero para ensayar y convalidar los resultados.

2.5 Desarrollo del diseño de la investigación

2.5.1 Esquema general

La presente investigación se desarrolló con la ayuda del programa Abaqus. El modelo fue realizado en las etapas siguientes:

- Definición de los modelos del problema.
- Crear partes del modelo.
- Pasos de análisis.
- Interacciones entre las superficies de contacto.
- Ubicación de nudos híbridos.
- Creación de superficies de contacto.
- Análisis de resultados.

2.5.2 Software utilizado

Se empleó el programa de elementos finitos Dassault Systemes Symulia Abaqus para la modelación de la viga de estudio y posterior verificación de su comportamiento mediante las herramientas de dicho programa.

2.5.3 Modelación de viga de hormigón armado en Abaqus

La modelación matemática de un problema de ingeniería de estructuras antes de su experimentación real en un laboratorio de estructuras resulta ventajoso, pues permite ahorrar tiempo y recursos al representar con aproximación el comportamiento del objeto de estudio, estimar el posible desempeño del fenómeno estudiado y no ir a ciegas a realizar un ensayo de laboratorio. Después observar si las variables encontradas en el modelo matemático se comportan igual experimentalmente. El resultado del laboratorio debe ser comprobado con la modelación y buscar la convergencia del modelo matemático con los resultados experimentales, donde los resultados experimentales son mandatorios. (Hernández, Bonilla et al. 2014).

El programa Dassault Systemes Symulia Abaqus, usa el método de los elementos finitos para resolver problemas de ingeniería de estructuras lineales y no lineales más complejos, para lo cual consta de librerías que permiten modelar diversos tipos de geometrías y modelos de materiales para simular su comportamiento y constitución. El programa permite tomar en cuenta varios fenómenos que no se toman en cuenta cuando se hacen análisis elásticos considerando secciones brutas. (2007)

Definición de los modelos del problema

La definición del problema consiste en dos vigas rectangulares de hormigón armado de $b = 250 \text{ mm}$ y $h = 350 \text{ mm}$ de 4000 mm de luz libre empotrada en el apoyo **borde A** y el apoyo **borde B**. Para las dos vigas los materiales y el refuerzo de acero A_{s1} y A_{s2} de la sección es de $2 \phi 14 \text{ mm}$ (cuantía mínima) la resistencia a la fluencia del acero $f_y = 420 \text{ MPa}$, resistencia a la compresión del hormigón $f'_c = 21 \text{ MPa}$. Para establecer si hay diferencias en el comportamiento se ejecutan dos modelos:

- **Modelo 1:** una viga empotrada en el apoyo *borde A* y el apoyo *borde B* con vigas metálicas simplemente apoyadas sobre la viga de hormigón armado representado en la figura 18.a y 18.b.

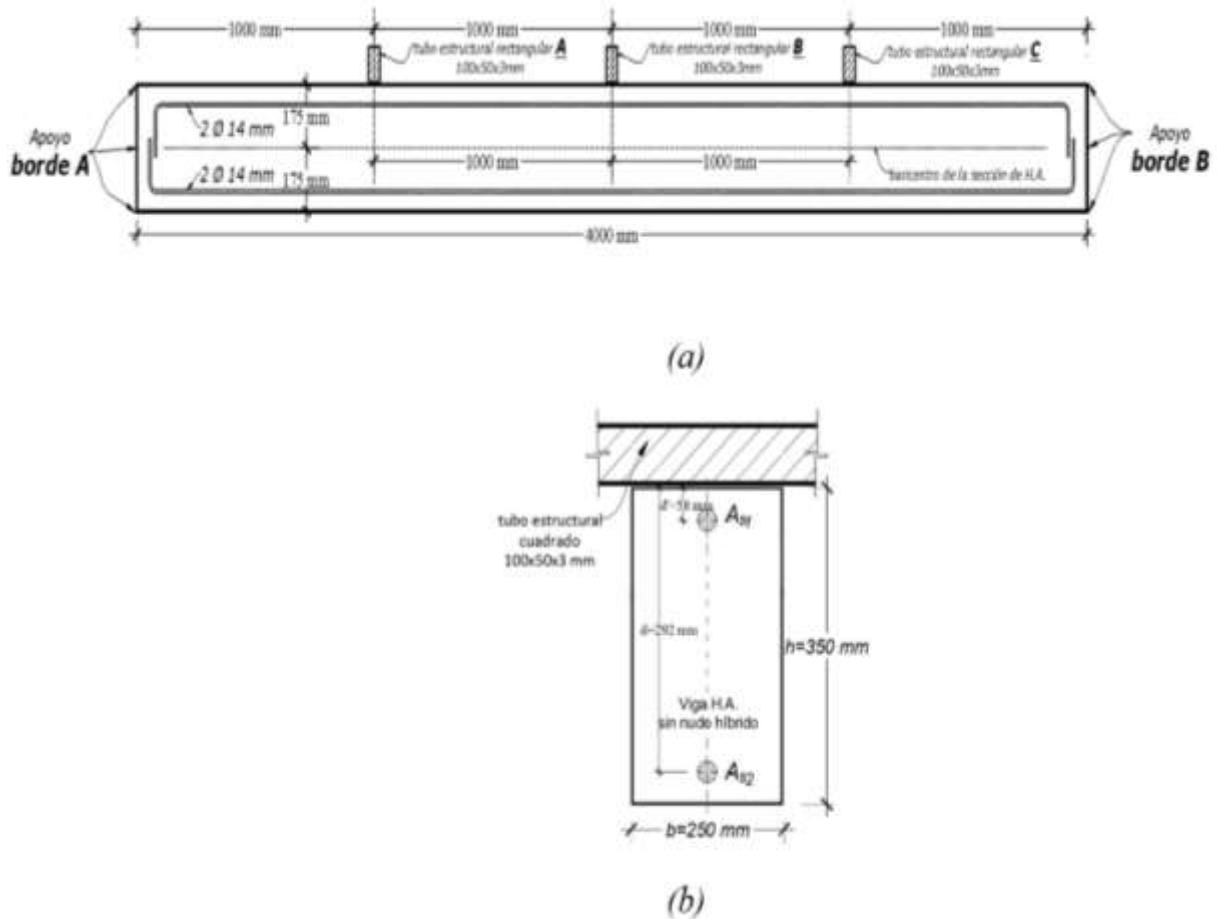


Figura 18
Viga sin nudo híbrido.

- **Modelo 2:** una viga empotrada en el apoyo *borde A* y el apoyo *borde B* con vigas metálicas formando un nudo sobre la viga de hormigón armado representado en la figura 19.a y 19.b.

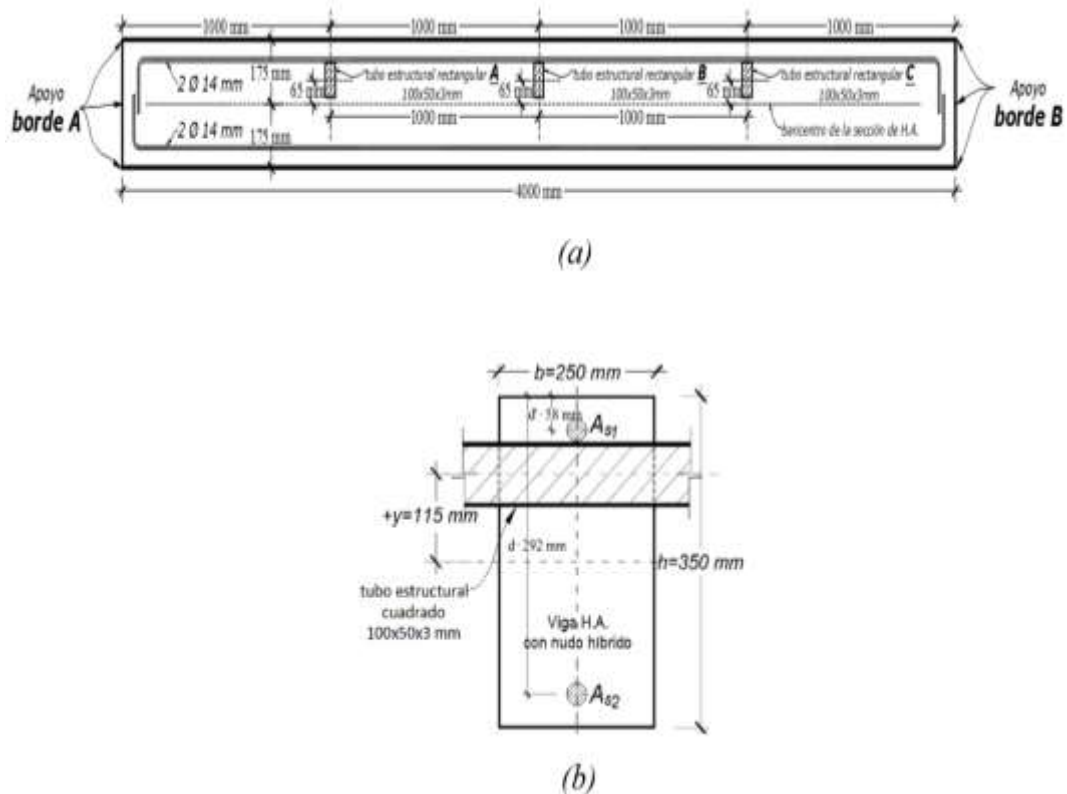


Figura 19
Viga con nudo híbrido.

La viga metálica del modelo 2 consiste en un tubo estructural rectangular ASTM A 500 con dimensiones 100x50x3 mm nombrados como A, B y C cuyas características se indican en la tabla 1.

Tabla 1
Características de la viga de acero.

Norma ASTM	Límite de Fluencia	Resistencia a la tracción
Rectangular (mm)	MPa (kg/cm ²)	MPa (kg/cm ²)
100x50x3	269 (2740)	310 (3170)

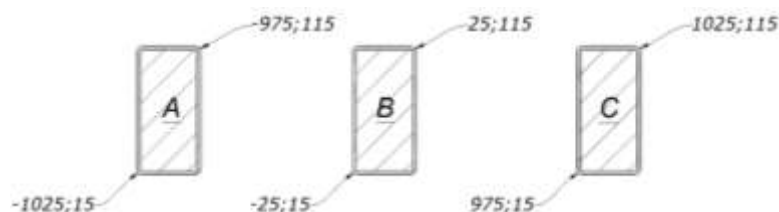


Figura 20
Coordenadas de ubicación de viga secundaria metálica.

El programa no especifica unidad, por lo tanto deben ser consistentes para lo cual se ingresa en las unidades del Sistema Internacional de medidas (SI) siguientes:

Tabla 2

Unidades consistentes.

Masa	Longitud	Fuerza	Esfuerzo	Densidad	Energía
kg	mm	kN	GPa	kg/mm ³	kN-mm

Objetivo del modelo

El objetivo es analizar el comportamiento de la viga sin nudo híbrido y con nudo híbrido, para lo cual se debe proceder a la modelación, profundizando el análisis de la interface del nudo y la viga mediante distintos modelos constitutivos de materiales. Se desea obtener la distribución de tensiones y deformaciones en vigas ambos modelos.

2.5.4 Partes del modelo

Abaqus posee una amplia librería de elementos para modelar diversas geometrías y situaciones, que proveen poderosas herramientas para resolver todo tipo de problemas de ingeniería de estructuras. Un elemento puede ser caracterizado con 5 aspectos de comportamiento:

- Familia.
- Grados de libertad que están relacionados con la familia.
- Número de nodos.
- Formulación, e
- Integración.

Cada elemento de Abaqus tiene un nombre único que se asocian con los 5 aspectos. La familia define el tipo de geometría que cada elemento asume, para modelar este problema:

- El bloque de hormigón corresponde la familia *Continuum (solid) element* que es de tipo deformable y de forma sólida, (figura 21). Los elementos sólidos (o continuos) en Abaqus se pueden utilizar para el análisis lineal y no lineal para complejo. El análisis implica contacto, plasticidad, grandes deformaciones. Están disponibles para la tensión, la transferencia de calor, acústica, térmica acoplada-estrés.
- Para el acero de refuerzo ya sea estribos o acero longitudinal de la viga, corresponde *Truss elements*, de tipo deformable y de forma *wire* (barra). Los elementos barra no tienen rigidez para resistir la carga perpendicular a su eje son miembros largos y delgados estructurales que sólo pueden transmitir fuerza axial, se usan para modelar acero de refuerzo en estructuras, tales como los tendones pretensados de hormigón armado, ver la figura 21.



Figura 21
Familias usadas en el modelo.

Grados de libertad y número de nodos, formulación e integración del modelo.

Los desplazamientos u otros grados de libertad son calculados en los nudos de cada elemento, los desplazamientos son obtenidos por interpolación de los desplazamientos nodales.

- El la viga de hormigón y la viga metálica, se modelan con elementos finitos cúbicos C3D8R de 8 nodos, aproximación lineal e integración reducida. La integración reducida por lo general proporciona resultados más precisos y reduce significativamente el tiempo de corrida.
- Las barras de acero se modelan con elementos finitos de desplazamiento lineal de 2 nodos llamados en Abaqus T3D2.

La convención de nombres para los elementos sólidos simétricos puede entenderse por medio de la figura 21.(ABAQUS 2007)

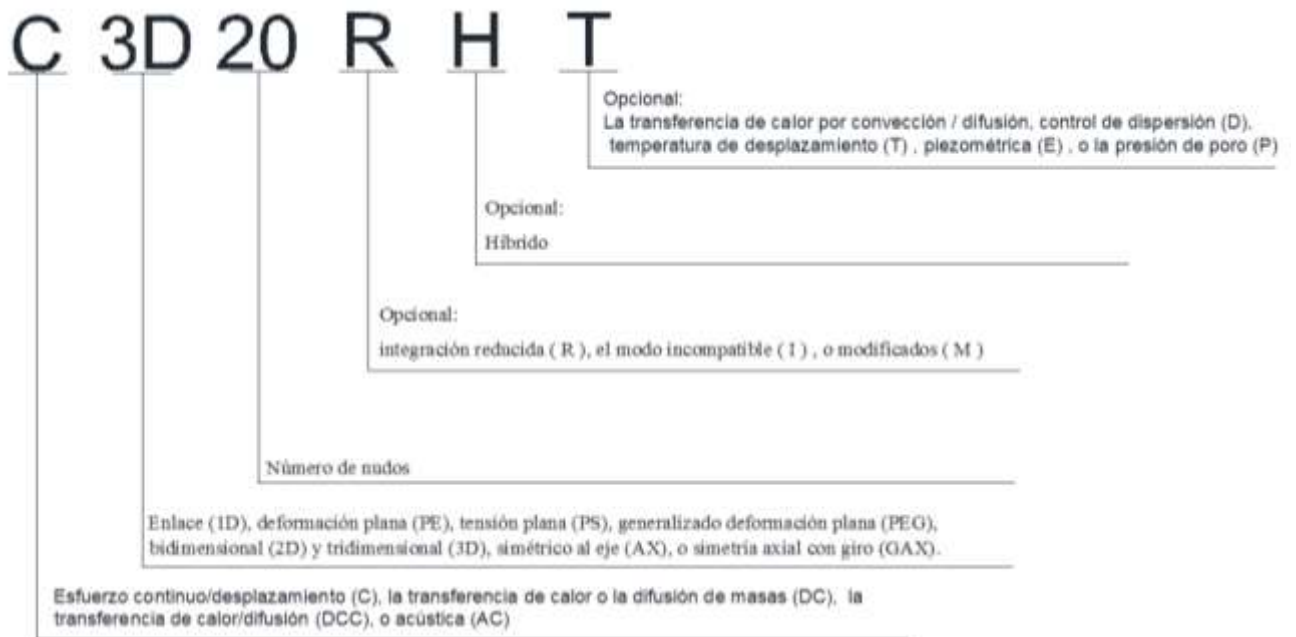


Figura 22
Convención de nombres en Abaqus.

Viga de hormigón simple

El bloque de hormigón que modela a la viga se muestra en la figura 23, con 4000 mm de largo, base de 250 mm y peralte de 350mm. Para ello fue utilizado el módulo Part de Abaqus con las propiedades mencionadas en 2.1 y 2.2.

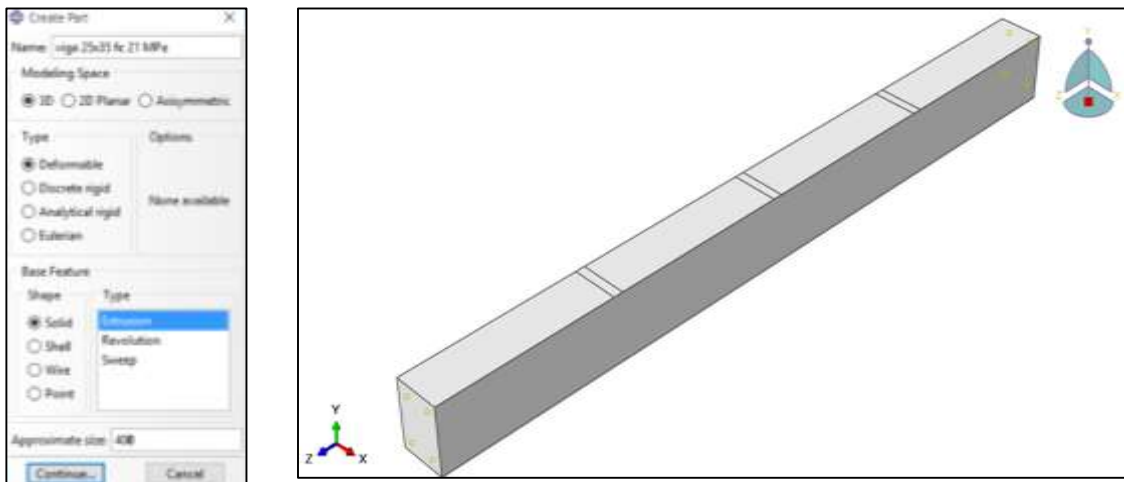


Figura 23
Bloque de hormigón.

Material del modelo.

La viga a modelar está compuesta de hormigón armado. Es necesario modelar ambos materiales. Para una primera aproximación al problema estudiado, para el hormigón y el acero se usa un modelo lineal elástico.

1. Hormigón de f'_c 21 MPa, con un módulo de Young de 19,73 GPa el cual se obtiene de la ecuación propuesta por la NEC 14 $E_c = 1,15 \cdot \sqrt[3]{E_a} \cdot \sqrt{f'_c}$ y el coeficiente de Poisson de 0,2
2. Se crea un material llamado acero con un módulo de Young de 209 GPa y coeficiente de Poisson de 0.3

En el análisis elástico de la flexión en vigas se consideran hipótesis como las siguientes:

- Una sección plana sigue siendo plana después de deformarse, lo que implica que las deformaciones son proporcionales al eje neutro. (MIDUVI 2015)
- El hormigón se comporta como un material elástico perfecto y su máxima deformación utilizable es de 0,003. (ACI-318S-14 2014)

- El acero se comporta como una material elástico hasta la fluencia luego de lo cual se comporta como material plástico perfecto. (Park and Paulay 1975).

Estas hipótesis comprobadas experimentalmente, se han encontrado que son bastante aproximadas, pero por la incertidumbre inmersa en los modelos resultan conservadoras. Esto se lo puede modelar en Abaqus usando propiedades lineal y elástica.

Material lineal elástico

Es la forma más simple de representar un material en Abaqus, el comportamiento del modelo lineal elástico puede ser definido como:

- Isotrópico, ortotrópico o anisotrópico.
- Puede tener propiedades que dependen de la temperatura
- Puede ser definido como un elemento sólido continuo en Abaqus Standard.

El material puede ser definido mediante el ingreso del módulo de Young E , y la relación de Poisson ν . El módulo de corte G se expresa en términos de E y ν como $G = E/(2(1 + \nu))$. La relación esfuerzo – deformación puede ser expresada mediante la ecuación (13).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Donde ε es la deformación total del material, σ es el esfuerzo total. La pantalla de presentación principal se observa en la figura 23.

Situaciones más complejas son posibles modelar en Abaqus, entre las que se encuentran las siguientes:

- La fisuración del hormigón en la primera etapa de la aplicación de la carga y su posterior aplastamiento.
- La deformación plástica de las estructuras ante la aplicación continua de cargas.
- La plastificación del hormigón confinado y el acero vinculada a la no linealidad de la ley constitutiva de los materiales.

- La contribución de acero de confinamiento y la interacción entre las armaduras y el hormigón.

Los cuatro puntos anteriores, entre otros, se representan en Abaqus con un modelo altamente no lineal, el cual posee tres diferentes opciones para modelar hormigón armado:

- Modelo de fisuración frágil.
- Modelo de fisuración distribuida.
- Modelo de daño plástico.

2.5.5 Pasos de análisis

Para crear las condiciones de borde (como empotramiento, articulación, apoyo móvil), cargas, interacciones y salida de resultado, es necesario crear primero los pasos de análisis. Por defecto el programa crea un paso de análisis que se llama Initial, pero el usuario debe crear el paso para la aplicación de las cargas.

Cuando los pasos han sido creados se puede definir en el programa en que momento serán aplicadas las condiciones de borde, carga, entre otros, además se edita la frecuencia con que Abaqus calcula y el tipo de datos de salidas.

En el análisis se tendrán dos pasos:

- Un paso inicial (por defecto *Initial*) donde se aplican las condiciones de borde y se define el contacto entre las regiones del modelo.
- Un paso llamado *Carga* donde se aplican las cargas que actúan sobre la viga.

2.5.6 Interacciones entre las superficies de contacto

La interacción entre el hormigón y las varillas de acero son las que forman las propiedades del hormigón armado. Al someter a flexión una viga, las tensiones del hormigón se transmiten al acero por medio de la adherencia proporcionada por la rugosidad del acero.

La técnica de elemento embebido se usa para indicar que un elemento o grupo de elementos están embebidos en un elemento "host" o huésped y se usa para modelar hormigón armado. Abaqus busca las relaciones geométricas entre los nodos de los elementos embebidos y los elementos huésped. Si un nodo de un elemento incorporado se encuentra dentro de un elemento de acogida, los grados de libertad de traslación en el nodo se eliminan y el nodo se convierte en un "nodo incrustado." Se describe de forma breve el proceso:

- En las lista de módulos se selecciona la Interaction.
- En el MD Constrain se selecciona Create, en el CD Create Constration se selecciona Embedded region en Type, cuando el área de aviso pregunta por la región embebida

se seleccionan las varillas phi 14 mm y cuando pida un región host entonces el bloque de hormigón.

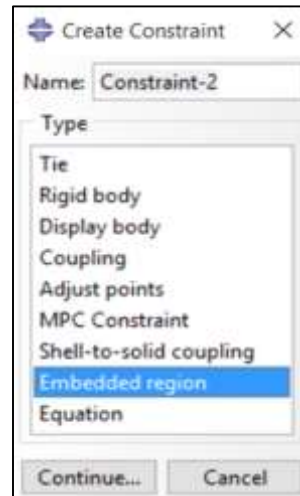


Figura 24
Crear la restricción.

Cargas para la viga de hormigón

Para asignar la carga, se desprecia el efecto del peso propio de la viga por considerar que esta incide muy poco y se asignan 3 cargas puntuales que simulan las vigas secundarias de acero simplemente apoyadas. Para la viga de 25x35 cm con 4 Φ 14mm repartidos en las caras superior e inferior, (armado mínimo) con una altura útil de 29,4 cm su momento resistente teórico es de 32,54 kN-m o 32540 kN-mm el momento externo para tres cargas puntuales de igual magnitud es de $M = \frac{5 \cdot P \cdot L}{16}$ por lo que la carga P que en teoría resiste es de $P = \frac{16 \cdot M}{5 \cdot L}$, reemplazando $M=32,54$ kN-m y $L=4$ m la carga puntual es $P=26.03$ kN. Esta carga debe estar repartida en el ancho de contacto de la viga de acero y la de hormigón cuando la viga de acero está simplemente apoyada que corresponde a un área de 50 mm por 250 mm y por lo tanto una carga repartida de 0,0021 kN/mm².

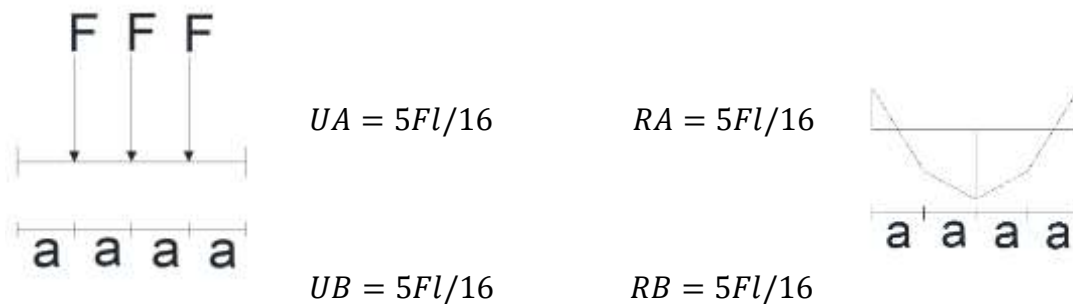


Figura 25
Diagrama cortante de una viga empotrada en sus dos apoyos.

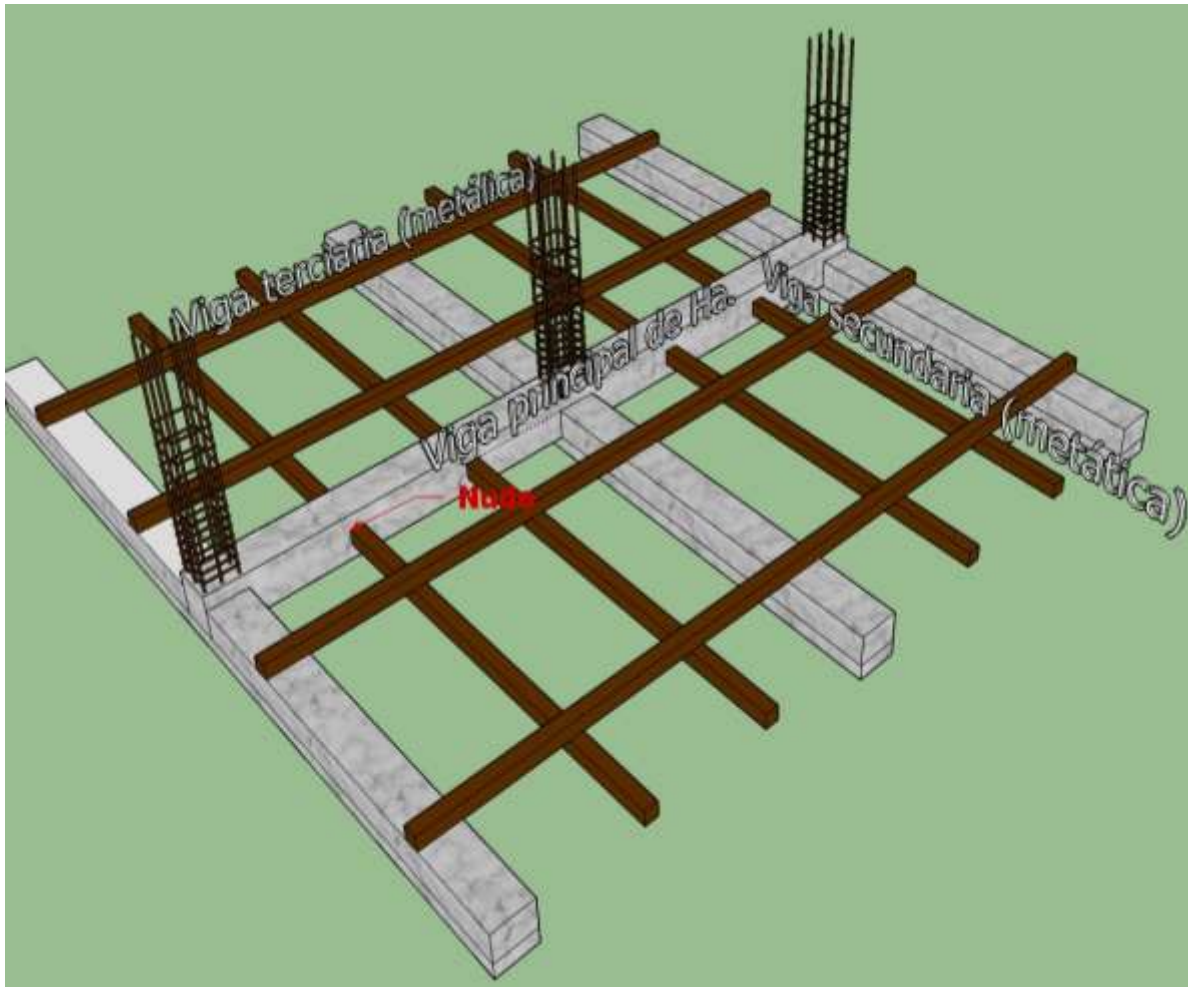


Figura 26
Representación gráfica de la problemática de estudio.

En el módulo Mesh se procede a generar la malla de elementos finitos los colores del CD Mesh Controls sugieren la forma de mallar del elemento. En Element Shape se acepta Hex y en Technique Structured. El tipo de elemento para el mallado es C3D8R. Es necesario dimensionar el tamaño de los elementos finitos, para una localización aproximada de los nodos y la densidad de la malla. Es posible un mallado basado en el número de elementos a generar o el promedio de tamaño del elemento.

2.5.7 Ubicación de nudos híbridos

Los nudos con sus vigas pasantes deben ser ubicados en los puntos de la figura a continuación, lo cual se modeló en Abaqus. Con el resultado mostrado en la figura 27.

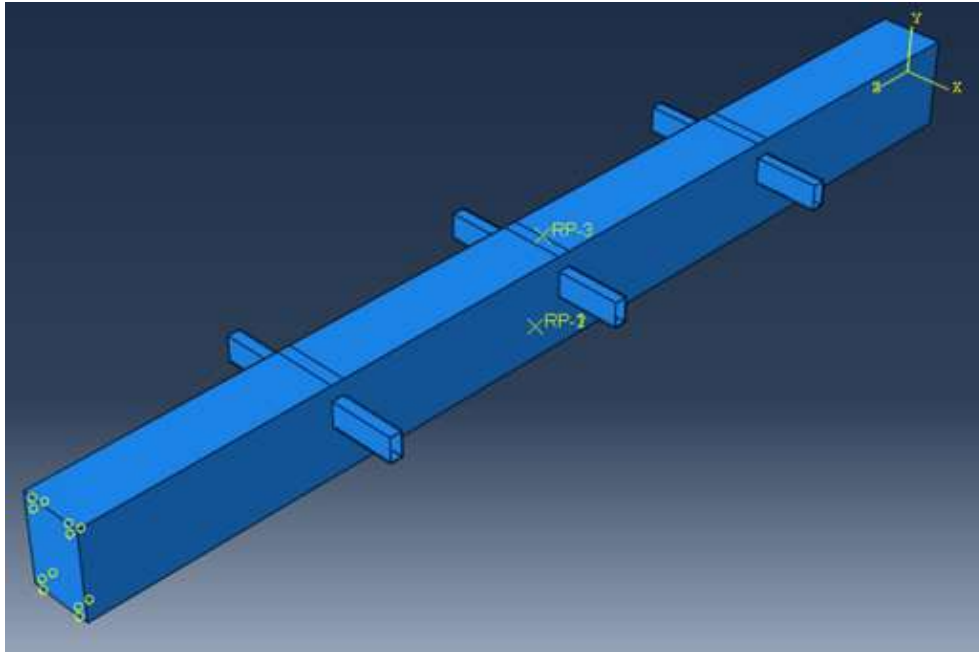
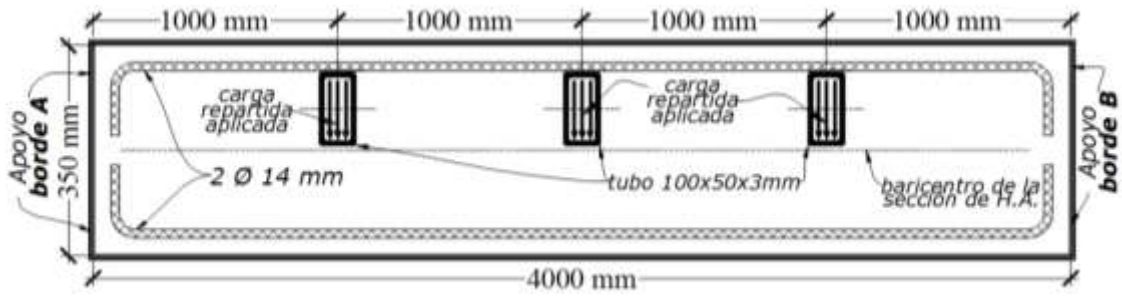


Figura 27
Representación de la ubicación de los nudos.

2.5.8 Creación de superficies de contacto

Para definir la interacción entre la superficie de la viga de acero y la viga de hormigón en la zona del nudo, se debe definir el contacto entre las dos regiones del modelo. Para esto se usa el módulo Interaction. Para definir una superficie de contacto es importante entender que esta es solo la parte que está en contacto con la viga. La viga metálica solo está en contacto en la parte del nudo, por lo cual se debe particionar la viga metálica activando el módulo Part y dentro de ese módulo crear planos de datos.

Una interacción define las relaciones mecánicas entre las superficies de partes de un modelo. Que dos partes estén próximas no significa que estén interactuando sus superficies. Por esta razón se modeló la interacción entre la superficie de acero y la viga de hormigón sin fricción.

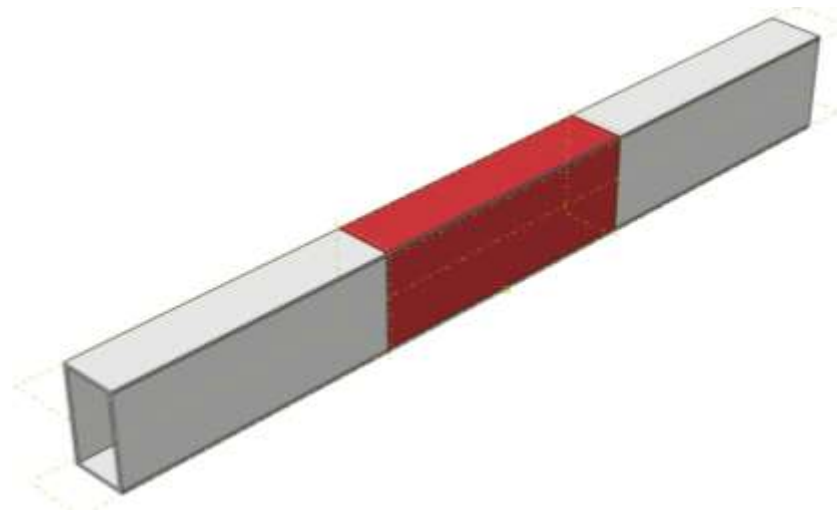


Figura 28
Viga de acero con superficie creada en una de sus particiones.

2.5.9 Análisis de resultados

Con los modelos ejecutados se examina el comportamiento de las dos vigas, los cuales generan una gran cantidad de información. Los principales resultados que comentan en este trabajo son los desplazamientos y los esfuerzos al que se someten los materiales antes de llegar a la falla elástica por medio de los diagramas de Von Mises. Richard von Mises planteó en 1913 que un material dúctil tendrá fallo elástico cuando la energía de distorsión elástica se excede de cierto valor, lo cual es un criterio usado para establecer los esfuerzos permisibles en estructuras, dando una noción del estado de tensión de un material en tracción o compresión. Cuando se aplica una carga a un material este se deforma, lo que provoca que se acumule energía interna a través de su volumen. Esa energía acumulada por unidad de volumen se denomina energía de deformación.(Hibbeler 2011)

El diagrama de Mises de la figura 32, corresponde solo al hormigón de la viga e indica con color azul los posibles lugares para ubicar los nudos híbridos, por ser zonas con menos esfuerzos en el bloque comprimido del material hormigón. Cercano a este resultado, aunque no se trata de lo mismo están las recomendaciones del ACI 318-11 que coinciden con que la ubicación debe estar entre $1/4$ y $1/3$ de la luz.(ACI-318S-11 2011). Las indicaciones esquematizadas en la figura 15 han sido quitadas de la versión del ACI 318-14 y solo se hace una generalización de los ductos.

La figura 32 indica además que los esfuerzos en el hormigón alcanzan sus topos máximos antes de la falla a compresión de $0,0208$ GPa o 21 MPa en la zona de los apoyos, mientras se mantiene un esfuerzo de apenas $1,2$ MPa en las zonas azules, que es la zona por

donde es recomendable ubicar los nudos, lo cual coincide aproximadamente con los puntos de inflexión de los momentos. Se nota además el eje neutro en color azul en la parte central de la viga de hormigón ubicado dentro del tercio medio de la altura de la viga que es otra indicación del lugar donde se recomienda el nudo.

El modelo con la conexión o nudo híbrido muestra una disminución de las tensiones de Mises para las mismas cargas, materiales, geometría con la única excepción del hueco al pasar la viga metálica a la viga de hormigón. Esto significa que se necesita menos esfuerzo para llevar al material a la falla por la afectación del nudo introducido. En estos lugares la viga de hormigón pierde rigidez a pesar de que las vigas metálicas fueron ubicadas en lugares que no comprometían mayormente el bloque comprimido de hormigón, con excepción de la viga metálica central la cual afecta algo el bloque que comprime el momento positivo de la viga, pero tal situación se torna necesaria en esta metodología constructiva por el requerimiento de distancia de apoyo para la losa *Steel deck*.

Al aislar la viga con nudo híbrido en el modelo de elementos finitos generado por Abaqus solo para el bloque de hormigón y comparar sus esfuerzos con la viga sin nudo de la figura 32, se observa un aumento de las tensiones en la viga con nudo para la misma carga.

Este aumento en las tensiones muestra que ahora para las mismas condiciones (excepto por el nudo) el material entrará en fluencia para la misma carga. Se presenta en la tabla 3 una comparación entre los desplazamiento de la viga sin nudo híbrido y con nudo híbrido al centro de la luz, donde se aprecia que una viga sin nudos soporta mayores desplazamientos, para los mismos esfuerzos y cargas debido a que tiene menos comprometida su sección.

Tabla 3
Desplazamiento del centro de la luz.

Incremento de carga	Desplazamientos (mm)	
	Sin nudo híbrido	Con nudo híbrido
1	0	0
2	0,413	-0,377
3	-0,827	-0,753
4	-1,447	-1,318
5	-2,377	-2,166
6	-3,773	-3,438
7	-4,134	-3,795

El Abaqus muestra una gran cantidad de resultados, los cuales deben ser filtrados pues no todos son requeridos para un caso en particular. Los resultados del análisis se encuentran en el

módulo de visualización. Para acceder a estos datos se puede abrir el archivo *.odb que genera el programa al momento del análisis y que se guarda en una carpeta por defecto o en una que elija el usuario. Otra manera de acceder es a través del botón resultados del.

Los lugares con tonalidad azul están menos esforzados, y son los lugares propicios para la ubicación de un nudo o elemento que la perfora.

Los resultados indican que los menores esfuerzos se encuentran en las zonas entre un cuarto y un tercio de la luz de la viga.

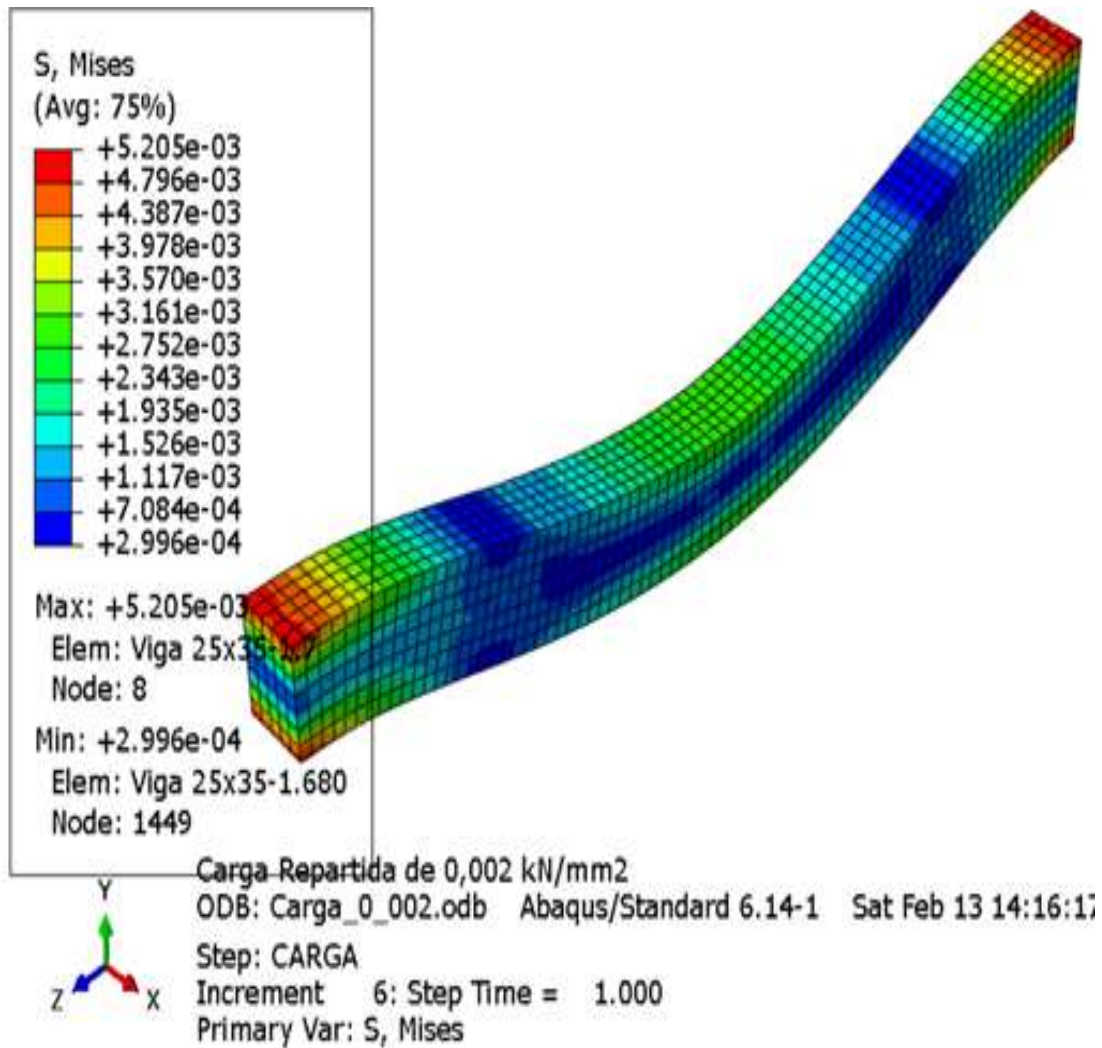


Figura 29
Estado de tensiones (GPa).

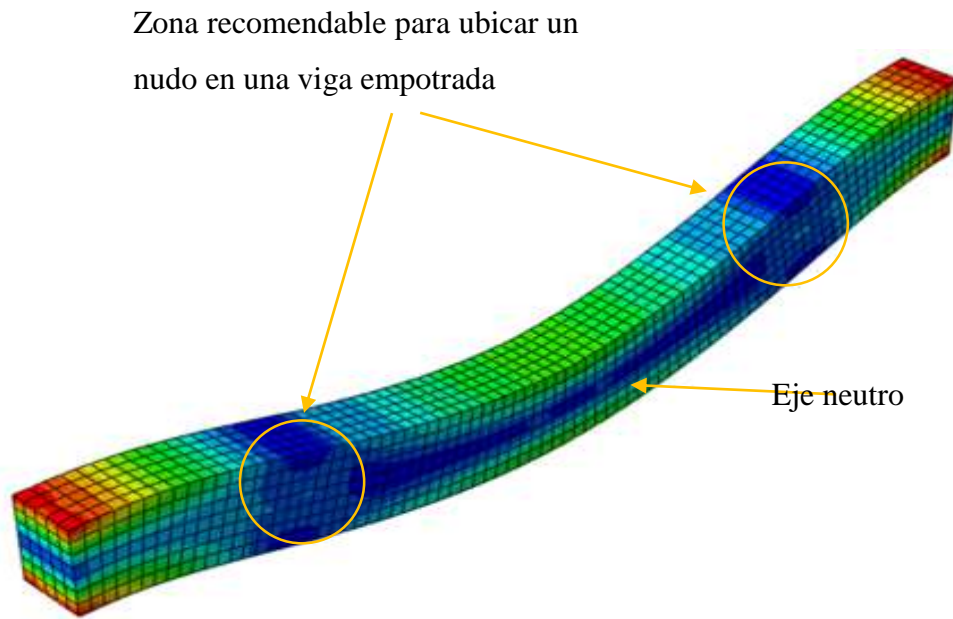


Figura 30
Zonas recomendables para ubicar un nudo en una viga empotrada.

Deformaciones máximas que experimenta la viga, para la máxima magnitud, como era de esperarse se encuentra en el centro del claro con 1,043 mm

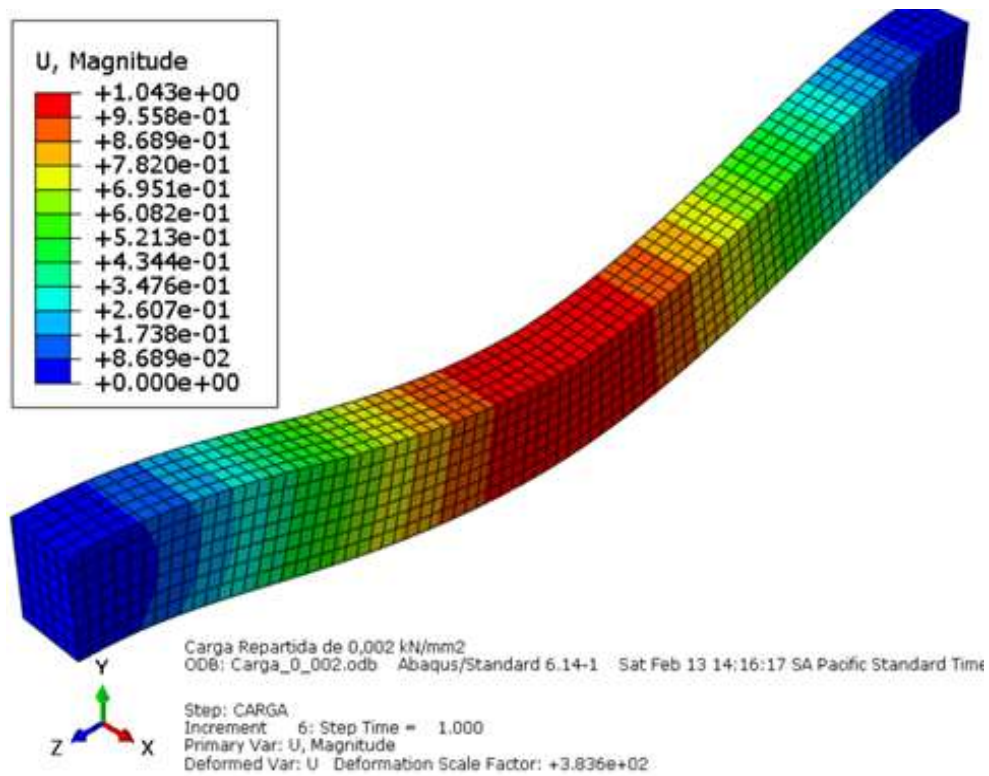


Figura 31
Deformaciones máximas.

Zona recomendable para ubicar un nudo en una viga empotrada

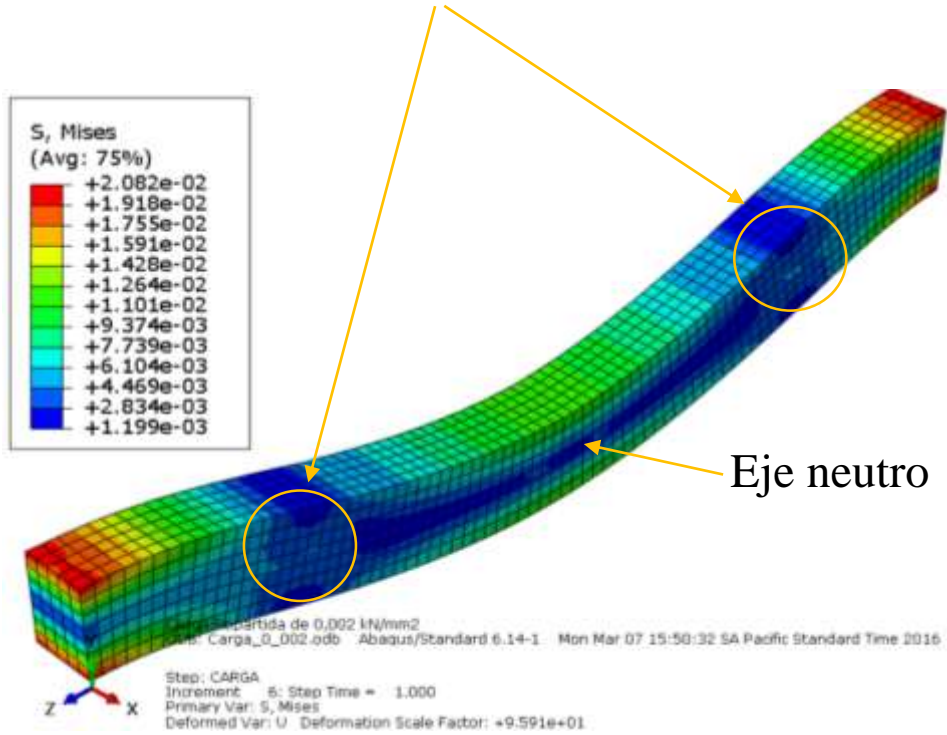


Figura 32
Estado de tensiones en el hormigón en viga sin nudo.

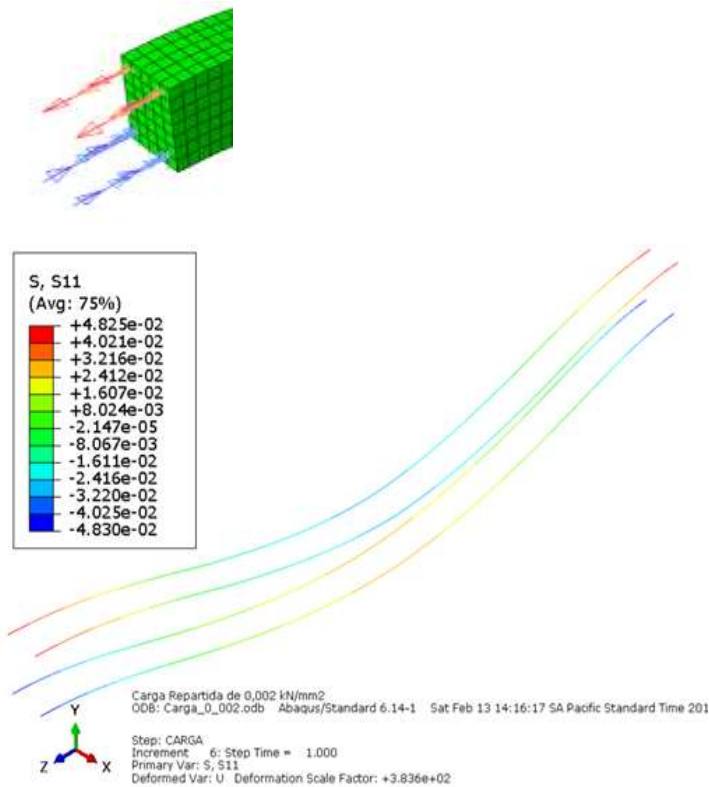


Figura 33
Representación de esfuerzos en las varillas de acero.

Esfuerzos alrededor de la dirección 11 de los aceros $\phi 14$ mm, para los momentos negativos el mayor esfuerzo del acero está en la zona próxima a los apoyos, y para los momentos positivos el mayor esfuerzo en la zona de la centro. El esfuerzo máximo es de 4.83×10^{-2} GPa. Obsérvese además que las zonas azules y con valores negativos se encuentran en compresión como era de esperarse y con esfuerzos aproximados a la misma magnitud que en tensión.

Capítulo III

3.1 Recolección de la información

Para el desarrollo de la investigación previamente se investigó acerca de programas utilizados para modelar elementos finitos. Fueron tres los softwares que se trataron, dos de ellos utilizados frecuentemente por los ingenieros calculistas para desarrollar modelaciones de estructuras de hormigón armado y estructuras de acero estructural, esos programas son SAP2000 y ETABS. El otro software es ABAQUS de la compañía Dassault Systèmes Simulia Corp.

Después de adquirir información acerca de las ventajas y las desventajas de cada uno de estos programas computacionales, se llegó a la conclusión de que el programa más eficaz para desarrollar esta investigación es ABAQUS, debido a que su principal ventaja sobre los otros dos softwares es que este programa permite la creación de nudos híbridos de hormigón armado y acero estructural, que es la problemática de estudio. Además éste programa muestra posteriormente a la modelación un diagrama de esfuerzos a lo largo del elemento modelado, denominado diagrama de tensión de Von Mises. Lo que indicaría en que zonas del elemento viga de hormigón armado se dan los mayores y menores esfuerzos. Con esto se puede determinar las zonas más propicias para ubicar dichos nudos.

3.2 Verificación de los objetivos

- El primer objetivo se refiere a **“Investigar cuál es el método más apropiado para Modelar leyes constitutivas de los materiales que intervienen en las vigas de este estudio, en un programa de elementos finitos”**. Previamente al desarrollo de la modelación se tuvieron en cuenta los programas de elementos finitos, ETABS, SAP2000, y ABAQUS, este último fue el escogido debido a que contiene las herramientas más apropiadas para modelar estos elementos. Para modelar los elementos se usaron las siguientes propiedades de Abaqus: Las varillas de acero de refuerzo, utilizadas para el refuerzo longitudinal y transversal de la viga son Truss elements (elementos barra). Las viguetas de acero que atraviesan las vigas de hormigón armado cumplen la función de transmitir la carga axial que es toda la carga aplicada a lo largo del elemento, hacia la viga de hormigón armado, por lo que se tomó como elemento sólido deformable. El bloque de hormigón es un Continuum (solid) element (elemento continuo sólido) que es de tipo deformable y de forma sólida. Cada elemento fue creado de manera separada en el programa y posteriormente ensamblados y

corridos. El resultado fue un gráfico de esfuerzos de Von Mises, el cual indica mediante colores los lugares menos esforzados, los cuales serían las zonas más propicias para colocar los nudos que formaría la viga de hormigón con las viguetas de acero. También se crearon las propiedades de los materiales. Esto se hace en la opción edit material, Ahí se debe colocar que los materiales son elásticos e isotropos, también se debe colocar el módulo de Young y la proporción de Poisson para cada material respectivamente.

- El segundo objetivo se refiere a “**Averiguar los principales procesos para Modelar partes y ensamblarlas, de forma que interactúen y se comporten de forma aproximada a la real.**”. El bloque de hormigón se modeló con elementos finitos cúbicos C3D8R de 8 nodos, aproximación lineal e integración reducida. Se seleccionó módulo Part, se llenan los datos solicitados como espacio de modelado, tipo de elemento, operación base, sección, y se acepta. Luego para la viga de hormigón armado, con la herramienta sketch se ubicaron las coordenadas de corte para ubicar las viguetas de acero. Las barras de acero se modelaron con elementos finitos de desplazamiento lineal de 2 nodos llamados en Abaqus T3D2. Del mismo modo, en el módulo Part se seleccionó, se colocó los datos y se aceptó. Para las viguetas de acero se hizo el mismo paso, pero cambiando las propiedades ya que es un elemento sólido. Para ensamblar los elementos, en el módulo Assembly se crean instancias. Cuando se crea una primera instancia de un elemento en el módulo Asembly de Abaqus, el software la ubica de manera que el origen de las coordenadas del elemento se superponga con las del ensamblaje. Por esta razón al crear varias instancias estas pueden ser ensambladas usando las coordenadas o puntos referenciales de la primera instancia.
- El tercer objetivo se refiere a “**Identificar factores para Inferir el comportamiento de la sección total mediante el examen de los resultados obtenidos en los programas de elementos finitos**”. El factor principal que permite que una viga de hormigón armado pueda ser atravesada por viguetas de acero sin que se produzca una acción negativa es que estas viguetas sean ubicadas en las zonas donde la viga se vea menos esforzada. Por supuesto la viga de hormigón armado debe cumplir con las normas especificadas el Código Ecuatoriano de la Construcción. La viga de hormigón armado debe de tener una sección tal que la altura sea mayor que la base y dicha altura no puede ser menos que 3 veces la altura de la vigueta de acero, de esta manera se

puede colocar dicha vigueta en tercio medio de la altura de la viga de hormigón armado, sin que el eje neutro de esta última no tienda a moverse hacia una de sus caras.

- El cuarto objetivo se refiere a **“Recomendar una geometría transversal y longitudinal de la viga de hormigón atravesada por vigas secundarias de acero para ensayar y convalidar los resultados”**. La Norma Ecuatoriana de la construcción se refiere a una sección mínima de las vigas de hormigón armado de 25cm x 30cm. Esta sección es recomendada siempre que la vigueta tenga una altura máxima de 10cm. En el caso de esta investigación, se tomó una sección de 25cm x 35cm, lo cual dio excelentes resultados. Se le dio una longitud a la viga de 4 metros y tampoco existió problema alguno. Se recomienda una sección de 25cm x 35cm y una longitud de entre 3 y 4 metros, ya que si es menos de 3 metros las zonas de mínimo esfuerzo se reducirían y si es más de 4 metros se necesitarían más viguetas atravesando la viga de hormigón armado y sólo existen dos lugares de esfuerzos mínimos en donde se podrían colocar estos nudos.

Capítulo IV

4.1 Conclusiones

- Los modelos computacionales indican que introducir un nudo híbrido influye en la forma como se desempeña la viga. Una viga con nudo híbrido resiste una menor deflexión antes de llegar a la falla que una sin el nudo sometido a las mismas condiciones de carga, materiales y geometría, lo que indica que la viga de hormigón se torna más débil con un nudo como el actualmente usado en las construcciones de nuestro medio por lo que es recomendable mejorar el diseño del nudo.
- Se debe advertir a los inmersos en este tipo de construcción que los nudos no deben ubicarse sin control en cualquier lugar de la viga de hormigón, como ocurre en varias edificaciones visitadas o en fotos de la publicidad de quienes promueven el uso de estas metodologías constructivas. Es preferible ubicarla en lugares donde no invadan el bloque de compresión de la viga de hormigón, que se corresponde con el tercio medio de la altura y el $1/4$ y $1/3$ de la longitud de la viga.

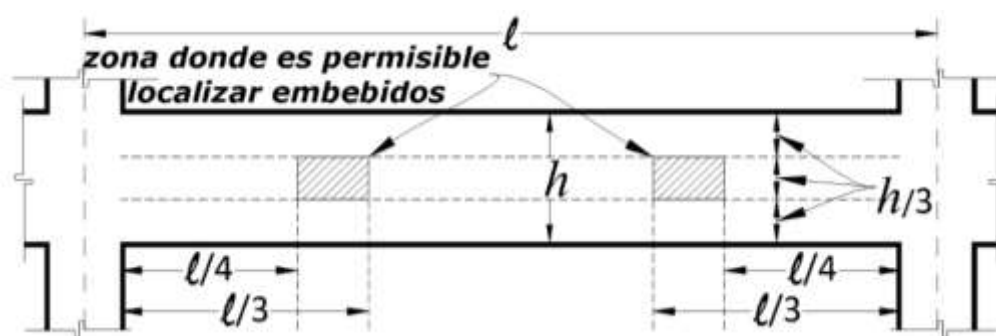


Figura 34

Norma ACI 318 11 para ubicación de ductos o embebidos. (ACI-318S-11, 2011)

- La viga se ve afectada por la aplicación de la carga, pues aunque en el sentido de la longitud es en el mismo sitio, no ocurre lo mismo con respecto al peralte de la viga, el cual queda aplicada sobre los 15 mm del centro geométrico de la viga en la altura en el caso de la viga híbrida, y 175 mm sobre el eje baricentro, lo que es visible en las figuras 18b y 19b. Se infiere entonces que el punto de aplicación de la carga con respecto al peralte si afecta el desempeño de la viga, que es lo que muestran los resultados computacionales.
- Es importante que estos resultados sean validados con modelos experimentales, así

como mejorar el diseño y desempeño estructural del nudo híbrido, incorporando conectores de cortante o alguna manera de anclaje de la viga metálica a la viga de hormigón, lo representa una etapa posterior en esta investigación.

- Se han abierto otras líneas de investigación, como la necesidad de una metodología para el diseño de nudos híbridos que contribuya a aumentar la resistencia y rigidez de la estructura, encontrar la contribución de los nudos a reducir los periodos de vibración de la estructura y los efectos de derivas de piso.

4.2 Recomendaciones

Al diseñar vigas para emparrillados mixtos se debe:

- Cumplir condiciones de prediseño impuestas por el ACI 318-11. La altura de la viga de hormigón armado debe ser 3 veces mayor que la de la viga de acero, y que los nudos deben ir ubicados entre $L/4$ y $L/3$.
- Sí bien se demostró que pueden existir 3 nudos híbridos, existen 2 zonas en toda la viga de hormigón armado en donde los esfuerzos mínimos cubren un mayor volumen. Por lo tanto sería más seguro ubicar únicamente 2 nudos híbridos, pero la separación de espacios para la colocación de la losa Steel deck condicionan esto, por lo que es necesario proceder a buscar maneras de diseñar el nudo con otros trabajos de investigación.
- Realizar nuevos trabajos de tesis que propongan una metodología para diseñar nudos mediante la introducción de conectores y buscar los cambios que producen los nudos híbridos intermedios en vigas de hormigón a la deriva de piso, periodos de vibración y estado deformacional en la viga principal. En esta última se deberá de considerar la determinación de los corrimientos u_x , u_y , y u_z en:
 - La zona de apoyo de las vigas secundarias de acero.
 - Los ejes centroidales paralelos a las caras de la viga de hormigón armado en su sección central; a $\frac{1}{10}$ de la luz de cada apoyo; y en la sección del apoyo cuando las vigas principales de hormigón armado se consideran continuas en el entramado.

Capítulo V

5.1 Presupuesto

NÚMERO	CONCEPTO	VALORES (USD)
1	Transporte	10
2	Desarrollo de la investigación	10
3	Material bibliográfico (físico y digital)	2
4	Copias	2
5	Impresiones	25
6	Adquisición de software	20
7	CD	5
8	Imprevistos (10%)	7,4
TOTAL		81,4

5.2 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	TIEMPO EN SEMANAS												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Establecer el marco referencial	x	x	x	x	x								
Entrenamiento en el programa de elementos finitos						x	x	x					
Modelación de las vigas, objeto de estudio.									x	x			
Procesamiento de los resultados											x		
Informe de Tesis y sustentación												x	x

Bibliografía

ABAQUS. (2007). *Abaqus Analysis User's Manual, vol. IV Elements*. United States of America.

Academia. (2014). *DOSIFICACIONES PARA DIFERENTES ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE CONCRETO*. Obtenido de https://www.academia.edu/6847927/TABLA_DE_DOSIFICACIONES_Y_EQUIVALENCIAS

ACI-318S-11. (2011). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*. American Concrete Institute.

ACI-318S-14. (2014). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*. En A. C. Institute.

ACI-352RS-02. (2010). *Recomendaciones para el Diseño de Conexiones Viga-Columna en Estructuras Monolíticas de Concreto Reforzado*.

Aguar, R. (2003). *ANÁLISIS SÍSMICO POR DESEMPEÑO*. Valle de los Chillos, Ecuador.

Aguar, R. (2010). *Relación momento curvatura y vision 2000*.

Aguar, R. (2012). *Vulnerabilidad sísmica de un edificio de 16 pisos: relación momento curvatura*. *II Congreso de Ciencia y Tecnología* (pág. 1 a 13). Quito: ESPE.

Aguar, R. (2014). En *Análisis Matricial de Estructuras, Cuarta ed.* Ecuador: Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción-Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE.

Aguar, R. (2014). *Método de las fibras (apuntes de clases de dinamica de estructuras)*.

Alvarez, O., & Cházaro, C. (2014). *Construcción compuesta acero-concreto*. En *GERDAU CORSA-IMCA Instituto Mexicano de la Construcción en Acero*.

American Concrete Institute. (2011). *Building Code Requirements for Structural Concrete 318-11*.

American-Concrete-Institute. (2014). *Building Code Requeriments for Structural Concrete 318R 14*. Farmington Hills MI: ACI.

ASCE Task Committee on Desing Criteria for Composite Structures in Steel and Concrete. (1994). *Guidelines for desing of joints between steel beams an reinforced concrete columns*.

ASTM C469. (21 de 3 de 2015). Standard test method for static and modulus of elasticity and poisson's ratio of concrete in compression. Obtenido de www.astm.org: www.astm.org

Aznar, A. (2013). Propuesta de Configuración y de Método de Inspección de Uniones Mixtas Mediante Pernos Conectores. *Doctoral, Departamento de estructuras de edificación, Universidad Politécnica de Madrid.*

Aznar, A., García, H., Ignacio, J., Herrera, O., & Cervera, J. (2008). Conexión de forjados de hormigón a soportes metálicos. *presented at the IV CONGRESO ACHE. Congreso Internacional de Estructuras.* Valencia.

Benjamín Navarrete, F., & Gonzales Marquez, C. (2007). *Ecuación constitutiva del hormigón.* Obtenido de http://www7.uc.cl/sw_educ/construccion/comportamiento_estructuras/compilados/016EcuacionConstitutivadelHormigon.swf

Cabrera N. (2011). Influencia de las aberturas transversales, en la resistencia a corte y flexión en vigas de concreto reforzado. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Celi, C. (2014). Análisis Paramétrico de la Fiabilidad del Modelamiento Sísmico en el Rango No Lineal, en Función al tipo de Modelamiento Empleado. Quito.

Computers and Structures. (2014). *Computers and Structures.* Obtenido de <http://www.journals.elsevier.com/computers-and-structures/>

Escamilla, M. A. (2010). ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS ACTUALES DEL MÉTODO DEL EMPUJÓN PARA LA EVALUACIÓN DE ESTRUCTURAS RETICULARES. Tesis, México D.F.

Gobierno del Distrito Federal. (2004). Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. México D.F.

Gómez, A., Sánchez, R., & Juárez, H. (2014). Diseño de edificios compuestos estructurados con columnas de concreto y vigas de acero. *presented at the XIX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta, Jalisco.*

Gonzáles. (2005). Procedimiento para obtener las gráficas de momento curvatura en vigas de concreto reforzado.

Guevara, B., Juárez, C., & Fajardo, G. (2009). Comportamiento *a cortante en vigas de concreto reforzado con.* Obtenido de Universidad Autónoma de Nuevo León UANL, MÉXICO: <http://www.scielo.cl/pdf/ric/v24n3/art04.pdf>

HERNÁNDEZ J, H. J. (2013). *Hormigón Estructural Diseño por Estados Límites*. La Habana: Félix Varela.

Hernández Santana, J., & Hernández Caneiro, J. (2013). *Hormigón Estructural* (Vol. 1). La Habana.

Hernández, H., Bonilla, J., & Rodríguez, a. G. (2014). Estudio del comportamiento de vigas compuestas de hormigón y acero mediante simulación numérica. *Revista ingeniería de construcción*, vol. 29, 5-21.

Herrera, R. (14 de Diciembre de 2011). *Diseño sísmico de estructuras mixtas*. Obtenido de <http://es.scribd.com/doc/75628236/DisenoSismEstrMixtas-Final>

Herrera, R. (2013). *Diseño sísmico de estructuras mixtas. Construcción Metálica en América Latina*. Recuperado el 2016, de <http://www.construccionenacero.com/Material%20Tecnico/Construccion%20Mixta/DisenoSismEstrMixtas%20Final.pdf>

Herrera, R., & Beltrán, J. (2013). *Disposiciones de diseño para elementos compuestos*. Recuperado el 2016, de <http://www.construccionenacero.com/Material%20Tecnico/Construccion%20Mixta/Construccion%20Mixta%20Final.pdf>

Hibbeler, R. (2011). *Mecánica de Materiales*, Octava edición ed.

Hognestad, E., Hanson, N., & McHenry, D. (1951). Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design. *ACI Journal Proceedings*, 52(4), 455-479.

Holcim-Ecuador. (2011). *Recomendadas para docificación de mezclas*. Obtenido de http://www.comcementos.com/Descargas/Cementos_Concretos/Recomendacion%20para%20Diseno%20de%20Mezclas%20Holcim.pdf

Izaguirre González, M., Juárez Alvarado, C. A., Valdez Tamez, P. L., & Durán Herrera, A. (2011). *CAPACIDAD A CORTANTE POR TENSIÓN DIAGONAL EN VIGAS DE CONCRETO*. Obtenido de Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural: http://www.smie.org.mx/SMIE_Articulos/co/co_13/te_02/ar_13.pdf

Mander B, P. M. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering*, Vol 114, No. 8 pp 22686.

MANDER J. (1988). *Seismic design of bridge piers*. New Zealand: Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury.

McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2011). *Diseño de Concreto Reforzado (Octava Edición con el Código ACI 318-08)*. Mexico, Mexico, Mexico: Alfaomega.

McCormac, J., & Brown, a. R. (2014). *Design of Reinforced Concrete*, 9Th edition.

Mieles, Y. (2015). Comportamiento del momento curvatura mediante una seccion rectangular del modelo de Park et al (1982). Ecuador.

Mieles, Y., & Castañeda, E. (2016). Estudio de alteraciones en el comportamiento estructural de vigas de hormigón armado con nudos híbridos mediante el empleo de gráficos momento-. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, vol. 21,1, 45-59.

Mieles, Y., & Hernández C., J. (2015). COMPORTAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN SOMETIDAS A FLEXIÓN REFORZADAS CON BARRAS DE ACERO O PRF.

Mieles, Y., Castañeda, E., & Caneiro, A. (2016). ESTUDIO DE ALTERACIONES EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO CON NUDOS HÍBRIDOS MEDIANTE EL EMPLEO DE GRÁFICOS MOMENTOCURVATURA (Vols. 21,1). La Habana.

Ministerio de desarrollo humano y vivienda de Ecuador. (2015). CÓDIGO NEC-SE-HM.

NILSON A, D. D. (2010). *Desing of Concrete Structures*. New York: Mc Graw Hill.

Nilson, A. (2010). Desing of reinforcement at joins. En A. Nilson, *Desing of concrete structures*. McGraw-Hill.

Nilson, A. H. (2001). *DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO (Duodécima edición)*. Santa fé d Bogotá: McGraw Hill.

Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015).

NTE INEN . (2011). *NTE INEN 2167 (2011)*. Obtenido de <https://law.resource.org/pub/ec/ibr/ec.nte.2167.2011.pdf>

NTE INEN. (2008). *NTE INEN 2415*. Obtenido de <https://law.resource.org/pub/ec/ibr/ec.nte.2415.2008.pdf>

PARK R, P. M. (1982). Ductility of square-confined columns. *J. Struct. Div.*, 929-950.

Park, R., & Paulay, T. (1975). *Reinforced Concrete Structures*. New York.

Peña, H. M. (2014). *CONCRETO: Generalidades, propiedades y procesos*. Obtenido de Academia:

https://www.academia.edu/9706247/CONCRETO_Generalidades_propiedades_y_procesos

Perelli Botello, J. (2013). RESISTENCIA DE MATERIALES, ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD. RETINEO.

retineo.es. (9 de Junio de 2013). *ELASTICIDAD*. Obtenido de Ecuaciones de compatibilidad de deformaciones.: <http://www.retineo.es/archivos/Elasticidad.pdf>

Romo, M. (2006). Temas de Hormigón Armado.

Ruiz, J. (2013). Estudio experimental de nudos interiores viga-columna de entramados de hormigón armado con detalles no-dúctiles, con columnas reforzadas mediante angulares y presillas de acero, sometidos a cargas cíclicas. *Tesis Doctoral*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

Sidetur. (2007). El acero de refuerzo en las vigas de concreto. *Acero al día*, 2.

Silverio, M. (2011). *civilgeeks*. Obtenido de <http://civilgeeks.com/2011/10/04/teoria-elastica-vs-teoria-plastica/>

Tena, A., & Hernández, O. (Agosto de 2009). REFUERZO DE TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO DEFICIENTES A CORTANTE CON ENCAMISADOS DE MALLA ELECTROSOLDADA Y MORTERO. *Boletín técnico*. Caracas: IMME.

Todeschini, C. E., Bianchini, A. B., & Kesler, C. E. (1964). *Behavior of Concrete Columns Reinforced with High Strength Steels* (Vol. 61). ACI Journal Proceedings.

Vargas, M. G., & González, A. J. (2005). Procedimiento para obtener gráficas momento-curvatura en vigas de concreto reforzado. *Ingeniería Revista Académica*.

Villagrán, A., & E., I. (2004). Modelo esfuerzo-deformación para elementos de concreto reforzado que cumple con la hipótesis de las NTC RCDF. *Concreto y Cemento. Investigación y Desarrollo*, 32-39.

Whitney, C. (1940). *Plastic Theory of Reinforced Concrete Design* (Vol. 107). Proceedings ASCE.

